Module : Outils mathématiques pour la physique

1. Fractions et puissances

- Calculer les sommes suivantes : $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{42}-\frac{1}{28}+\frac{1}{84}$ et $\frac{1}{2}-\frac{1}{6}+\frac{1}{12}$

- Écrire les nombres suivants en écriture scientifique (c'est-à-dire sous la forme $a.10^b$ avec $1 \leq a \leq 10$) : $2.10^5 \times 10^{-3}$ et $\frac{2.10^5 \times 2.10^{-4}}{6.10^2 \times 3.10^3}$ et $\frac{1{,}2.10^{-6}}{6.10^{-2} \times 4.10^3}$

2. Equation du second degré

- Résoudre :

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$3x^2 - 26x + 35 = 0$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

3. Résolutions d'inéquations

- Résoudre les inégalités suivantes :

$$4x \leq x^2$$

$$\frac{4x}{3} + 2 \leq \frac{3x}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{5x-3}{3-2x} > 0$$

$$3x^2 - 26x + 35 > 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x}} > 0$$

4. Résolution d'équations en *ln* et *exp*

- Résoudre :

$$\exp(x)^3 = 2$$

$$\exp(x) - \exp(3+x) + 2 = 0$$

$$\exp(2x) - 3\exp(x) + 2 = 0$$

$$\ln(x+3) = \ln(x) + \ln(3)$$

$$\ln(x^2 - 2x) = \ln(x+10)$$

5. Dérivation

- Dériver les fonctions suivantes :

$$\sqrt{x+1}$$

$$\frac{7x+5}{4x+2}$$

$$\sin(x)\cos(x)$$

$$\ln(x+3)$$

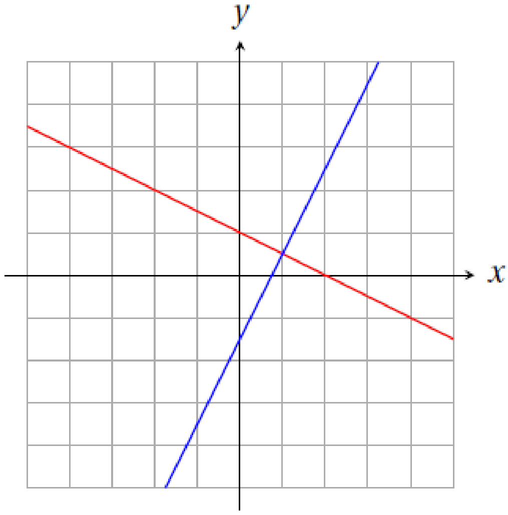
$$\sin(2x+3)$$

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\ln(x)}$$

$$\sin^3(x)$$

6. Représentations graphiques

- Déterminer les équations des deux droites tracées ci-dessous. Retrouver les coordonnées de leur point d'intersection par résolution d'un système.



- Tracer la courbe représentative de la fonction exponentielle. En déduire les courbes représentatives des fonctions :
  $f_1(x) = \exp(-x)$, $f_2(x) = \exp(x) + 1$ et $f_3(x) = 1 - \exp(x - 1)$
  On pourra vérifier les tracés à la calculatrice.

7. Trigonométrie

a- Utilisation du cercle trigonométrique

- En utilisant si besoin le cercle trigonométrique, compléter le tableau ci-dessous, restreint aux angles compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$.

Angle (rad)			
Angle (°)			
Cosinus	1		
Sinus			1
Tangente		1	

- En utilisant le cercle trigonométrique, exprimer les quantités ci-dessous en fonction de $cos\ x$.

$\cos(x + 2\pi) =$ $\qquad$ $\cos(x + \pi) =$ $\qquad$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$

$\cos(-x) =$ $\qquad$ $\cos(\pi - x) =$ $\qquad$ $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) =$

- En utilisant le cercle trigonométrique, exprimer les quantités ci-dessous en fonction de $sin\ x$.

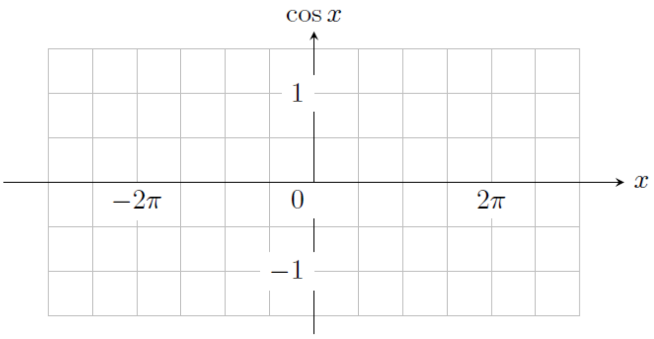
$\sin(x + 2\pi) =$ $\qquad$ $\sin(x + \pi) =$ $\qquad$ $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$

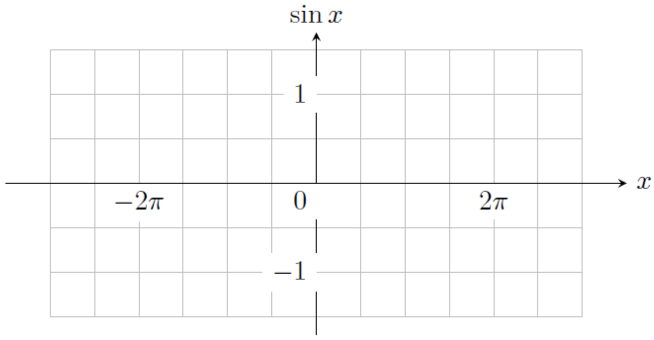
$\sin(-x) =$ $\qquad$ $\sin(\pi - x) =$ $\qquad$ $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) =$

- En utilisant le cercle trigonométrique, résoudre dans $\mathbb{R}$ (et pas seulement sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$) les équations suivantes

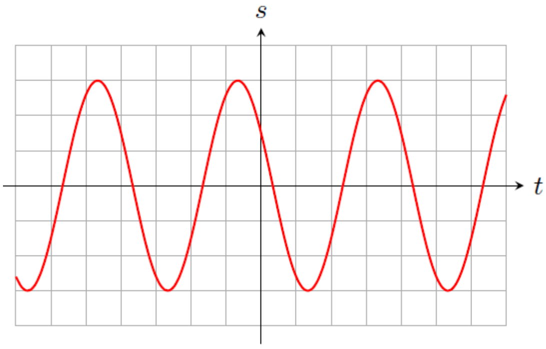
$\sin(x) = 0$ $\qquad$ $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \pm 1$ $\qquad$ $\sin(2x) = 1$

- Tracer les courbes représentatives des deux fonctions cosinus et sinus.





- On s'intéresse à une tension de la forme $s(t) = Acos(\omega t + \varphi)$ où A, ω, φ sont trois paramètres positifs. L'axe des abscisses est gradué en ms, l'axe des ordonnées en V.
Que vaut $s(0)$? En déduire une méthode pour déterminer φ. La courbe représentative de s est tracée ci-contre, un carreau représente une unité. Déterminer les valeurs des réels A, ω et φ.



- Lorsqu'un synthétiseur électrique joue un LA, on peut mesurer une surpression qui suit la loi $\Delta P(t) = P_0 cos\left(2\pi f t + \frac{\pi}{4}\right)$ avec $P_0 = 0{,}01\ Pa$ et $f = 440\ Hz$. Représenter le chronogramme associé.