TD Inductance propre et mutuelle

Exercice 1 : Auto-induction (270, 271, 272, 274)

Lorsqu'on considère une spire unique, on peut généralement négliger la f.e.m. auto-induite devant celle qui est due au champ « extérieur ».

On considère une spire de rayon $R = 5\ cm$, dont le fil a une résistance $r = 1\Omega$. Cette spire est soumise à un champ magnétique extérieur variable uniforme sinusoïdal orthogonal au plan de la spire comme l'indique la figure ci-contre.
L'expression mathématique du champ est :

$$\overrightarrow{B_{ext}}(t) = B_{ext}(t)\overrightarrow{u_x} = B_0\cos(\omega t)\overrightarrow{u_x}$$

La fréquence est $f = 50\ Hz$ et l'amplitude $B_0 = 50\ mT$.
Donnée : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ SI$.

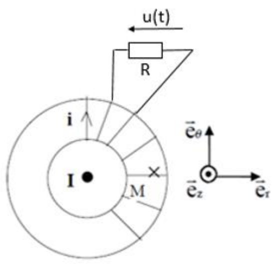
1. Calculer l'amplitude de la f.e.m. induite E_{ind} dans la bobine due au champ extérieur.
2. En déduire (en négligeant l'auto-induction), l'amplitude du courant induit I_{ind}.
3. Expliquer pourquoi, en négligeant ainsi l'auto-induction, on sous-estime le courant induit.

L'expression de l'inductance propre L d'une spire de rayon R obtenue par enroulement d'un fil dont la section est de rayon a, s'écrit $L = \mu_0 R\left[\ln\left(\frac{8R}{a}\right) - 2\right]$.

4. Calculer L pour cette spire, avec $a = 0{,}1\ mm$.
5. Exprimer le flux propre lié à l'auto-induction. En déduire l'amplitude $E_{auto-ind}$ de la f.e.m. associée à l'auto-induction et conclure.
6. Faire un bilan de puissance instantanée et sur une période.

Exercice 2 : Circuit ampère métrique (270, 272, 276)

Une bobine torique, de rayon moyen R_T et de section circulaire a, comprend N spires, suffisamment serrées pour que l'on considère le bobinage continu. Un dipôle purement résistif est placé entre les bornes du bobinage, sa résistance R est très supérieure à celle correspondant au bobinage lui-même. Un fil rectiligne infini, situé sur l'axe Oz est parcouru par un courant d'intensité imposée : $I(t)$.



1. On note L l'inductance propre de la bobine et M l'inductance mutuelle entre les deux circuits : fil et bobine. Proposer une équation différentielle liant la tension $u(t)$ et l'intensité $I(t)$.
2. Identifier quel type d'opérateur permet d'associer $u(t)$ à $I(t)$ (linéarité, bande passante,…).
3. En déduire la forme du signal détecté pour différents signaux : $I(t)$ continu, sinusoïdal, échelon.

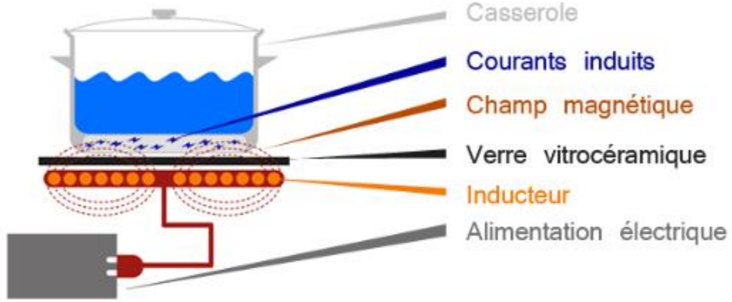
On raisonne dans l'approximation $a \ll R_T$ (tore de faible section), permettant de considérer le champ magnétique uniforme au sein du tore. On donne pour un fil rectiligne d'intensité I crée un champ magnétique $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\overrightarrow{e_\theta}$ et pour un tore de faible section on peut considérer le champ magnétique uniforme $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\overrightarrow{e_\theta}$. De plus N spires créent un champ $\vec{B} = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}\overrightarrow{e_\theta}$.

4. Déterminer alors l'expression des coefficients d'inductance L et M.
5. Commenter la relation de chacun avec le nombre de spires.

Exercice 3 : Plaque à induction (276, 277, 278)

Le chauffage du fond métallique des récipients de cuisson peut être directement réalisé au moyen de courants (de Foucault) induits par un champ magnétique variable.

Logé dans une table à céramique, un bobinage nommé l'inducteur, alimenté en courant sinusoïdal génère un champ. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par induction mutuelle entre ce bobinage et la plaque circulaire assimilable à une spire unique fermée sur elle-même, situé au fond d'une casserole par exemple.

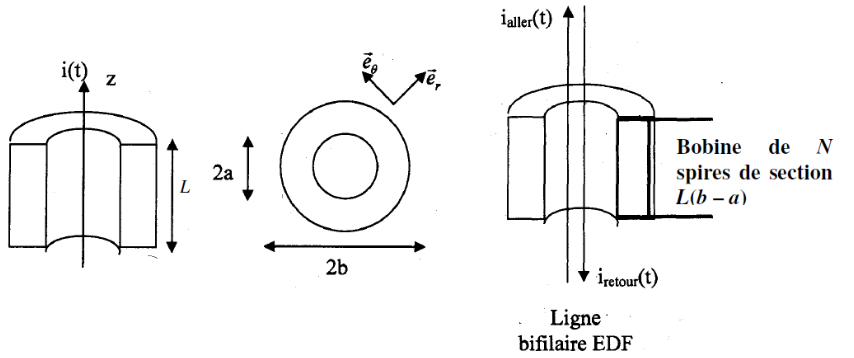


L'inducteur de 5 cm de rayon, comporte 20 spires de cuivre de résistance électrique $R_1 = 1{,}8.10^{-2}\ \Omega$ et d'auto-inductance $L_1 = 30\ \mu H$.
La plaque de résistance $R_2 = 8{,}3.10^{-3}\ \Omega$ et d'auto-inductance $L_2 = 0{,}24\ \mu H$, nommée l'induit, est assimilable à une spire unique refermée sur elle-même. L'inducteur est alimenté par une tension $v_1(t)$ sinusoïdale de fréquence $f = 25\ kHz$. L'ensemble plaque (induit) – inducteur se comporte comme deux circuits couplés par une mutuelle M.

1. Écrire le schéma électrique équivalent des 2 circuits, en déduire les équations électriques couplées entre i_1 et i_2.
2. En déduire l'expression littérale du rapport des amplitudes complexes $\underline{A} = \frac{\underline{I_2}}{\underline{I_1}}$.
3. En déduire l'expression littérale de l'impédance d'entrée complexe du système : $\underline{Z_e} = \frac{\underline{V_1}}{\underline{I_1}}$.
4. On choisit ω telle que $R_1 \ll L_1\omega$ et $R_2 \ll L_2\omega$. Simplifier les 2 expressions littérales précédentes, puis effectuer le calcul numérique de leur module, sachant que l'inductance mutuelle est estimée à $M = 2\ \mu H$.
5. On soulève la plaque à chauffer. On demande un raisonnement purement qualitatif. L'amplitude du courant i_1 de l'inducteur diminue-t-il ou augmente-t-il ?

Résolution de problème

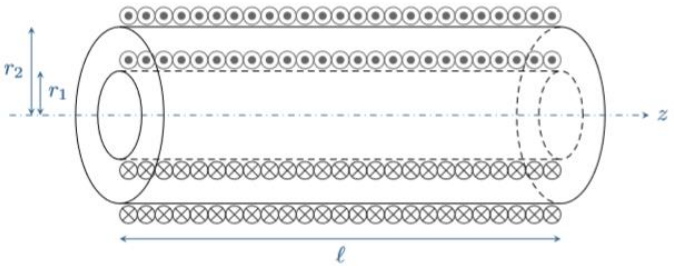
Un disjoncteur différentiel se compose de deux circuits électriques couplés par un circuit magnétique torique.
Le tore est à section rectangulaire de hauteur L, les côtés sont distants de a et b de l'axe de révolution ; a et b sont donc les rayons intérieur et extérieur du tore.
La ligne électrique bifilaire EDF (230 V_{eff}, 50 Hz qui assure le transport aller et retour du courant) est placée au centre du circuit magnétique précédent.
Une autre bobine, assimilable à un circuit ouvert, comporte $N \approx 400\ spires$ enroulées autour du circuit magnétique. Elle alimente un électroaimant qui coupe l'alimentation EDF sur seuil de tension : $V_{seuil} = 5\ V_{eff}$.



- Expliquer en quoi ce dispositif permet de détecter une électrocution ?

Oral de concours CCP PSI 2013 (275)

Deux solénoïdes S_1 et S_2 de même axe (Oz), de même longueur l et de rayons r_1 et $r_2 > r_1$ sont emboîtés l'un dans l'autre, voir figure suivante. Ils présentent tous deux le même nombre de spires N. On suppose que la longueur l est très supérieure aux rayons. La bobine intérieure est parcourue par un courant $i_1(t) = I\, cos(\omega t)$, avec $I = 1\ A$. La bobine extérieure est en court-circuit.



1. Déterminer les coefficients d'induction propre L_1, L_2 et le coefficient d'induction mutuelle M.
2. En négligeant les résistances internes des fils, déterminer le courant $i_2(t)$ parcourant la bobine extérieure. Quelle est son amplitude ?
3. Que vaut le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde central ?