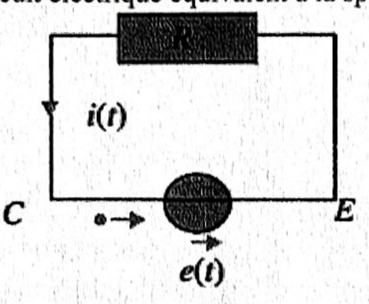
Correction DS9

Exercice 1 : Centres colorés dans les cristaux ioniques

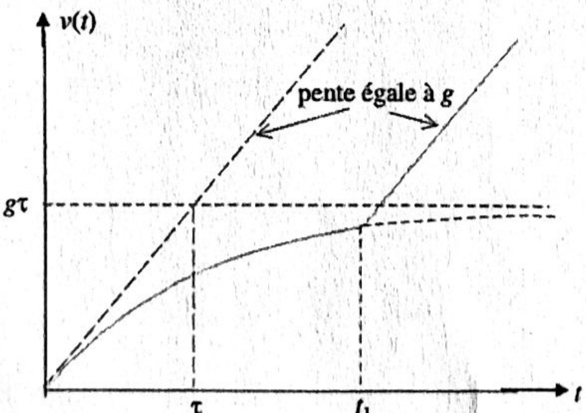
1. Relation de de Broglie : à tous corpuscule, on peut associer une longueur d'onde définie par :
$$\lambda = \frac{h}{p}$$
où h est la constante de Planck et p la quantité de mouvement du corpuscule.
2. L'électron est confiné dans un puits de potentiel infini 1-D de largeur a. Par analogie avec la corde vibrante, les seuls longueurs d'onde autorisées sont :
$$\lambda_n = \frac{2a}{n}$$
3. Dans le puits, l'énergie de l'électron est purement cinétique. Classiquement
$$E = E_c = \frac{p^2}{2m}$$
Avec $p = \frac{h}{\lambda_n} = \frac{nh}{2a}$: $E_n = n^2 \frac{h^2}{8ma^2}$
4. Pour un puits tridimensionnel :
$$E_{n,p,q} = (n^2 + p^2 + q^2)\frac{h^2}{8ma^2}$$
5. Sur le graphe, on lit que la longueur d'onde du rayonnement émis par luminescence par le cristal de sodium vaut : $\lambda \approx 450\ nm$ (attention en fait l'échelle est logarithmique). Le rayonnement est bleu.
Elle correspond à une énergie d'environ 2,8 eV .
6. Dans le puits infini, la plus transition de plus faible correspond à une désexcitation du niveau (2, 1, 1) vers le niveau (1, 1, 1). L'énergie du photon émis vaut :
$$E = E_{2,1,1} - E_{1,1,1} = \frac{3h^2}{8ma^2}$$
A.N. : pour le chlorure de sodium vaut $a \approx 0,55nm$ d'après le graphe d'où : $E \approx 3,7\ eV > 2,7\ eV$.
Il n'existe pas de transition énergétique expliquant la luminescence du centre coloré du chlorure de sodium dans le cadre de ce modèle.
7. Soit E' les niveaux d'énergie du puits après dilatation :
$$E' = (n^2 + p^2 + q^2)\frac{h^2}{8mb^2} = (n^2 + p^2 + q^2)\frac{h^2}{8m\delta_0^2 a^2} = \frac{E}{\delta_0^2}$$
L'énergie du photon lors de la désexcitation de l'électron du niveau (2, 1, 1) vers le niveau (1, 1, 1) doit être égale $e \approx 2,7\ eV$ soit :
$$\frac{3h^2}{8m\delta_0^2 a^2} = e$$
$$\delta_0 = \sqrt{\frac{3h^2}{8ma^2 e}}$$
A.N. : $\delta_0 \approx 1,18$.
Une dilatation de la maille d'un facteur 1,18 après absorption du photon par l'électron du entre coloré expliquerait la luminescence du chlorure de sodium.
8. A l'absorption, le photon a une énergie d'environ 3,7 eV tandis qu'à l'émission il a une énergie de 2,7 eV. Les 1 eV manquant ont été absorbé par le réseau cristallin.

Exercice 2 : Freinage par induction

0. Avec une spire unique il est raisonnable de négliger l'autoinduction L.
1. Avant l'instant initial, tous les points de la surface du cadre ont une cote z inférieure à zéro. En tous ces points, $B = 0$ donc le flux magnétique est nul et ne varie pas. Il n'y a donc pas de phénomène d'induction. Comme il n'y a pas de source reliée au cadre, il n'y a pas de courant électrique qui parcourt celui-ci.
   Pour $t \geq 0$, le cadre tombe dans le champ de pesanteur et une partie passe dans la zone où règne le champ B. On a donc des morceaux de conducteurs mobiles dans un champ magnétique constant : il apparaît un phénomène d'induction. Le cadre constituant un circuit fermé, la f.e.m. d'induction se traduit par un courant induit. Le conducteur parcouru par un courant subit alors une force de Laplace. D'après la loi de Lenz, cette force s'oppose au déplacement du cadre. Elle entraîne donc un effet de freinage.
   Lorsque la tige AD a franchi à son tour l'axe Ox, la surface traversée par les lignes de champ magnétique ne change pas donc il n'y a pas variation du flux et donc pas création de f.e.m. Il n'y a plus alors de courant induit et la force de Laplace est nulle : le cadre tombe alors en chute libre dans le champ de pesanteur.
2. a. On calcule le flux de champ magnétique à travers le circuit : $\phi = BS(t) = Baz_c(t)$ alors $e(t) = -\frac{d\phi}{dt} = -Ba\frac{dz_c}{dt}(t)$. En notant R la résistance du cadre et en négligeant le phénomène d'auto-induction, le circuit électrique équivalent à la spire est donc :



   On oriente l'intensité comme la circulation du champ électromoteur. Alors $i(t) = \frac{e(t)}{R} = -\frac{Ba}{R}\frac{dz_c}{dt}(t)$.
   b. Force de Laplace : $\overrightarrow{F_{lap}} = i(t)Bz_c(t)(-\overrightarrow{e_x}) + i(t)Ba(\overrightarrow{e_z}) + i(t)Bz_c(t)(\overrightarrow{e_x}) + \vec{0} = i(t)Ba\overrightarrow{e_z}$
   c. Le PFD projeté sur z donne $\frac{dv(t)}{dt} = g + \frac{i(t)Ba}{m}$ soit $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{\tau} = g$ avec $\tau = \frac{mR}{Ba^2}$.
   Alors $v(t) = g\tau(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right))$
   d. On trouve $z_c(t) = g\tau(t - \tau\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right))$
3. On a la vitesse $v(t_1) = g\tau(1 - \exp\left(-\frac{t_1}{\tau}\right))$. Le système est en chute libre alors $v(t) = g(t - t_1) + v(t_1) = g(t - t_1) + g\tau(1 - \exp\left(-\frac{t_1}{\tau}\right))$.
4. On a



5. Comme on l'a vu, il y a freinage par induction dans la première phase, pour $t \in [0, t_1]$. Cela se traduit par une diminution de l'accélération.