

# TD A2. Trigonométrie

## Exercice A2.1

1. À quelle condition a-t-on la relation  $\cos t = \sqrt{\frac{1 + \cos(2t)}{2}}$  ?
2. Calculer  $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ ,  $\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)$  et  $\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)$ .

## Exercice A2.2

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  et dans  $] -\pi, \pi]$  les équations suivantes.

1.  $\cos(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,
2.  $\cos(3x) = \sin x$ ,
3.  $\sqrt{3} \cos x + \sin x = 1$ .

## Exercice A2.3

Soit  $x \in \mathbb{R}$ .

1. Écrire sous forme de produit :  $S = \cos x + 2 \cos(2x) + \cos(3x)$ .
2. Résoudre alors l'équation  $S = 0$  pour  $x \in ] -\pi, \pi]$ .

## Exercice A2.4

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes.

1.  $\cos(x) \geq \frac{1}{2}$ ,
2.  $\sin x > -\frac{1}{2}$ ,
3.  $|\sin(3x)| \leq \frac{1}{2}$ .

## Exercice A2.5

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

1.  $\sin x + \sin(2x) = 0$ ,
2.  $\tan(2x) = 3 \tan x$ ,
3.  $3 \tan x = 2 \cos x$ .

## Exercice A2.6

Montrer que pour tous  $n \in \mathbb{N}$  et  $t \in \mathbb{R}$ ,  $|\sin(nt)| \leq n |\sin t|$ .

## Exercice A2.7

Soit  $a, b \in \mathbb{R}$ .

1. Montrer que

$$\cos(a+b) \cos(a-b) = \cos^2 a - \sin^2 b = \cos^2 b - \sin^2 a.$$

2. Si  $\tan a$  et  $\tan b$  sont bien définis, montrer que

$$\cos(a+b) \cos(a-b) = \frac{1 - \tan^2 a \tan^2 b}{(1 + \tan^2 a)(1 + \tan^2 b)}.$$