

Dire si chaque assertion est vraie ou fausse et justifier.

1. $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x > A.$
2. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall A \in \mathbb{R}, x > A.$
3. $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x^2 > A.$

4. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall A \in \mathbb{R}, x^2 > A.$
5. $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < A.$
6. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall A \in \mathbb{R}_-, x^2 > A.$

1. $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x > A.$

1. $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x > A.$

Réponse : VRAI.

1. $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x > A.$

Réponse : VRAI.

Soit $A \in \mathbb{R}.$

Avec $x = A + 1 : x \in \mathbb{R}$ et $x > A.$

2. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall A \in \mathbb{R}, x > A.$

2. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall A \in \mathbb{R}, x > A.$

Réponse : FAUX.

2. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall A \in \mathbb{R}, x > A.$

Réponse : FAUX.

Négation : $\forall x \in \mathbb{R}, \exists A \in \mathbb{R}, x \leq A.$

2. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall A \in \mathbb{R}, x > A$.

Réponse : FAUX.

Négation : $\forall x \in \mathbb{R}, \exists A \in \mathbb{R}, x \leq A$.

Soit $x \in \mathbb{R}$.

Avec $A = x + 1 : A \in \mathbb{R}$ et $x \leq A$.

3. $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x^2 > A.$

3. $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x^2 > A.$

Réponse : VRAI.

3. $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x^2 > A.$

Réponse : VRAI.

Soit $A \in \mathbb{R}.$

Avec $x = \sqrt{|A|} + 1 : x \in \mathbb{R}$ et $x^2 > A.$

4. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall A \in \mathbb{R}, x^2 > A.$

4. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall A \in \mathbb{R}, x^2 > A.$

Réponse : FAUX.

4. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall A \in \mathbb{R}, x^2 > A$.

Réponse : FAUX.

Négation : $\forall x \in \mathbb{R}, \exists A \in \mathbb{R}, x^2 \leq A$.

4. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall A \in \mathbb{R}, x^2 > A$.

Réponse : FAUX.

Négation : $\forall x \in \mathbb{R}, \exists A \in \mathbb{R}, x^2 \leq A$.

Soit $x \in \mathbb{R}$.

Avec $A = x^2 + 1$: $x \in \mathbb{R}$ et $x^2 \leq A$.

5. $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < A.$

5. $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < A.$

Réponse : FAUX.

5. $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < A$.

Réponse : FAUX.

Négation : $\exists A \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq A$.

5. $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < A$.

Réponse : FAUX.

Négation : $\exists A \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq A$.

Avec $A = -28$.

Soit $x \in \mathbb{R}$ et $x^2 \geq 0$ donc $x \geq A$.

6. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall A \in \mathbb{R}_-, x^2 > A.$

6. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall A \in \mathbb{R}_-, x^2 > A.$

Réponse : VRAI.

6. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall A \in \mathbb{R}_-, x^2 > A$.

Réponse : VRAI.

Posons $x = 28$.

Soit $A \in \mathbb{R}_-$. $x^2 > 0$ donc $x > A$.