

# Programme de colle 2 : du 23/09 au 27/09

## Trigonométrie

- Définitions géométriques du sinus, cosinus, de la tangente, relations entre les trois.
- Propriétés (addition, duplication, linéarisation, factorisation).

Exercices abordés dans le TD A2 : 1, 2, 3, 4, 5, 6.

## Calculs algébriques

- Sommes, produits, factorielle, règles de calcul.
- Changements d'indice : par translation, par changement d'ordre de sommation.
- Sommes télescopiques, sommes arithmétiques, sommes géométriques.
- Formule de Bernoulli de factorisation de  $a^n - b^n$  par  $(a - b)$ .
- Sommes usuelles :  $\sum_{k=0}^n k$ ,  $\sum_{k=0}^n k^2$  et  $\sum_{k=0}^n k^3$
- Coefficients binomiaux : valeurs particulières, formule de Pascal, binôme de Newton.
- Sommes doubles : indexation sur un rectangle, sur un triangle, interversions.

Exercices abordés dans le TD A3 : 1, 2, 3, 4, 5, 6.

## Logique

- Quantificateurs  $\forall$ ,  $\exists$ , méthodes de rédaction.
- Négation d'une assertion.
- Démonstration par l'absurde.
- Démonstration par récurrence.

## Questions de cours

- Toute formule ou tout groupe de formules trigonométriques.
- Démontrer la formule de  $\sum_{k=0}^n k$ .
- En posant  $j = k - 1$ , calculer  $S = \sum_{k=1}^n k2^k$ .
- Calculer  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \frac{i}{j}$ .
- Énoncer et démontrer la formule de Pascal.
- Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . Montrer que  $\forall k \in \mathbb{N}^*$ ,  $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$ . En déduire  $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$ .

## Remarques

- Les lignes trigonométriques n'ont pas été envisagées comme des fonctions. Ce sera l'objet d'un chapitre ultérieur. Celui-ci est purement technique.
- La démonstration de la formule du binôme de Newton n'est pas exigible, mais peut faire l'objet d'une question à quelqu'un de plus à l'aise.
- La logique est distillée au fil des premiers chapitres, quand cela se présente. Notamment, on n'a pas rencontré de raisonnement par analyse-synthèse, ni détaillé la manipulation des implications et de la contraposée.

## Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.