

Programme de colle 2 : du 23/09 au 27/09

Trigonométrie

- Définitions géométriques du sinus, cosinus, de la tangente, relations entre les trois.
- Propriétés (addition, duplication, linéarisation, factorisation).

Exercices abordés dans le TD A2 : 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Calculs algébriques

- Sommes, produits, factorielle, règles de calcul.
- Changements d'indice : par translation, par changement d'ordre de sommation.
- Sommes télescopiques, sommes arithmétiques, sommes géométriques.
- Formule de Bernoulli de factorisation de $a^n - b^n$ par $(a - b)$.
- Sommes usuelles : $\sum_{k=0}^n k$, $\sum_{k=0}^n k^2$ et $\sum_{k=0}^n k^3$
- Coefficients binomiaux : valeurs particulières, formule de Pascal, binôme de Newton.
- Sommes doubles : indexation sur un rectangle, sur un triangle, interversions.

Exercices abordés dans le TD A3 : 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Logique

- Quantificateurs \forall , \exists , méthodes de rédaction.
- Négation d'une assertion.
- Démonstration par l'absurde.
- Démonstration par récurrence.

Questions de cours

➤ Toute formule ou tout groupe de formules trigonométriques.

➤ Démontrer la formule de $\sum_{k=0}^n k$.

➤ En posant $j = k - 1$, calculer $S = \sum_{k=1}^n k2^k$.

➤ Calculer $\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \frac{i}{j}$.

➤ Énoncer et démontrer la formule de Pascal.

➤ Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que $\forall k \in \mathbb{N}^*$, $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$. En déduire $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$.

Remarques

- Les lignes trigonométriques n'ont pas été envisagées comme des fonctions. Ce sera l'objet d'un chapitre ultérieur. Celui-ci est purement technique.
- La démonstration de la formule du binôme de Newton n'est pas exigible, mais peut faire l'objet d'une question à quelqu'un de plus à l'aise.
- La logique est distillée au fil des premiers chapitres, quand cela se présente. Notamment, on n'a pas rencontré de raisonnement par analyse-synthèse, ni détaillé la manipulation des implications et de la contraposée.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.