

Programme de colle 3 : du 30/09 au 04/10

Calculs algébriques

- Sommes, produits, factorielle, règles de calcul.
- Changements d'indice : par translation, par changement d'ordre de sommation.
- Sommes télescopiques, sommes arithmétiques, sommes géométriques.
- Formule de Bernoulli de factorisation de $a^n - b^n$ par $(a - b)$.
- Sommes usuelles : $\sum_{k=0}^n k$, $\sum_{k=0}^n k^2$ et $\sum_{k=0}^n k^3$
- Coefficients binomiaux : valeurs particulières, formule de Pascal, binôme de Newton.
- Sommes doubles : indexation sur un rectangle, sur un triangle, interversions.

Exercices abordés dans le TD A3 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12, 14.

Études de fonctions

- Généralités, fonctions majorées, minorées, bornées.
- Opérations (dont la composition).
- Parité, périodicité, réduction de l'intervalle d'étude en conséquence, transformations simples.
- Limites : opérations, gendarmes, croissances comparées.
- Dérivabilité : définition, tangente, dérivée, opérations, variations, extrema.
- Fonctions, limites et dérivées usuelles : exp, ln, logarithmes binaire et décimal, puissances, ch, sh.

Exercices abordés dans le TD B1 : 3, 8, 9, 13.

Questions de cours

- Calculer $\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \frac{i}{j}$.
- Énoncer et démontrer la formule de Pascal.
- Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que $\forall k \in \mathbb{N}^*$, $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$. En déduire $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$.
- Formule de dérivation d'un produit, et sa démonstration via le taux d'accroissement.
- Étude sur \mathbb{R}_+ de $x \mapsto x^a$, selon les valeurs de a .
- Unicité de la fonction exponentielle.

Remarques

- Pas de bijections réciproques cette semaine.
- La démonstration de la formule du binôme de Newton n'est pas exigible, mais peut faire l'objet d'une question à quelqu'un de plus à l'aise.
- La logique est distillée au fil des premiers chapitres, quand cela se présente. Notamment, on n'a pas rencontré de raisonnement par analyse-synthèse, ni détaillé la manipulation des implications et de la contraposée.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.