

Exercice 1

Soit (u_n) la suite de nombres réels définie par $u_0 = 1$, $u_1 = 1$ et

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} + u_n.$$

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq n$. En déduire la limite de la suite (u_n) .
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n^2 - u_{n-1}u_{n+1} = (-1)^n$.
3. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_1 + u_3 + \dots + u_{2n-1} = u_{2n} - 1$.