

# Programme de colle 7 : du 12/11 au 15/11

## Logique

- Implication : définition, réciproque, équivalence, contraposée.
- Raisonnements par récurrence double, multiple, forte.

## Nombres complexes

- Similitudes directes : interprétations géométriques de  $z \mapsto \bar{z}$  et  $z \mapsto az + b$  avec  $a, b \in \mathbb{C}$ . Représentation complexe d'une homothétie, d'une rotation (ou de la composée des deux).

**Exercices abordés dans le TD A4 :** 1, 2, 5, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, .

## Nombres réels et suites usuelles

- Bornes supérieures et inférieures : définition, existence, détermination pratique.
- Suites usuelles : arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques.
- Suites vérifiant une relation de récurrence linéaire à deux termes : classification suivant  $\Delta$ , cas complexe et réel.
- Convergence de suites : définitions (CV, DV, limite), résultats théoriques (unicité de la limite, liens avec la relation d'ordre).
- Limites : opérations, théorème des gendarmes.
- Suites extraites (caractérisation de la convergence, cas de  $(u_{2n})$  et  $(u_{2n+1})$ , Bolzano-Weierstrass).
- Monotonie : convergence monotone, suites adjacentes (définition, convergence).
- Caractérisations séquentielles de la borne sup (ou inf), de la densité, de la limite (ou la continuité) d'une fonction.

**Exercices abordés dans le TD B2 :** 1, 2, 3, 6, 7, 10, 15, 16, 17, 20, 22, 25, 27.

## Questions de cours

- Tout calcul de suite arithmético-géométrique ou récurrente à deux termes.
- Énoncer la définition et une ou des caractérisations des bornes supérieures ou inférieures.
- Soit  $a \in \mathbb{R}$ . Montrer que  $(\forall \varepsilon \in \mathbb{R}_+^*), |a| \leq \varepsilon \Leftrightarrow a = 0$ .
- Montrer que la suite de Fibonacci  $(F_n)$  vérifie  $F_n \geq n$  à partir d'un certain rang (1 si on choisit  $F_0 = F_1 = 1$ ).
- Définition de suites adjacentes et démonstration de leur convergence vers une limite commune.

## Remarques

- Les généralités sur les suites sont énoncées pour les suites complexes dès que c'est possible et pertinent.
- Les méthodes d'étude de suite récurrente ( $u_{n+1} = f(u_n)$ ) n'ont pas été énoncées cette semaine.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.
- La logique est distillée au fil des premiers chapitres, quand cela se présente. Notamment, on n'a pas rencontré de raisonnement par analyse-synthèse, ni détaillé la manipulation des implications et de la contraposée.

## Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.