

Programme de colle 7 : du 12/11 au 15/11

Logique

- Implication : définition, réciproque, équivalence, contraposée.
- Raisonnements par récurrence double, multiple, forte.

Nombres complexes

- Similitudes directes : interprétations géométriques de $z \mapsto \bar{z}$ et $z \mapsto az + b$ avec $a, b \in \mathbb{C}$. Représentation complexe d'une homothétie, d'une rotation (ou de la composée des deux).

Exercices abordés dans le TD A4 : 1, 2, 5, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, .

Nombres réels et suites usuelles

- Bornes supérieures et inférieures : définition, existence, détermination pratique.
- Suites usuelles : arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques.
- Suites vérifiant une relation de récurrence linéaire à deux termes : classification suivant Δ , cas complexe et réel.
- Convergence de suites : définitions (CV, DV, limite), résultats théoriques (unicité de la limite, liens avec la relation d'ordre).
- Limites : opérations, théorème des gendarmes.
- Suites extraites (caractérisation de la convergence, cas de (u_{2n}) et (u_{2n+1}) , Bolzano-Weierstrass).
- Monotonie : convergence monotone, suites adjacentes (définition, convergence).
- Caractérisations séquentielles de la borne sup (ou inf), de la densité, de la limite (ou la continuité) d'une fonction.

Exercices abordés dans le TD B2 : 1, 2, 3, 6, 7, 10, 15, 16, 17, 20, 22, 25, 27.

Questions de cours

- Tout calcul de suite arithmético-géométrique ou récurrente à deux termes.
- Énoncer la définition et une ou des caractérisations des bornes supérieures ou inférieures.
- Soit $a \in \mathbb{R}$. Montrer que $(\forall \varepsilon \in \mathbb{R}_+^*), |a| \leq \varepsilon \Leftrightarrow a = 0$.
- Montrer que la suite de Fibonacci (F_n) vérifie $F_n \geq n$ à partir d'un certain rang (1 si on choisit $F_0 = F_1 = 1$).
- Définition de suites adjacentes et démonstration de leur convergence vers une limite commune.

Remarques

- Les généralités sur les suites sont énoncées pour les suites complexes dès que c'est possible et pertinent.
- Les méthodes d'étude de suite récurrente ($u_{n+1} = f(u_n)$) n'ont pas été énoncées cette semaine.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.
- La logique est distillée au fil des premiers chapitres, quand cela se présente. Notamment, on n'a pas rencontré de raisonnement par analyse-synthèse, ni détaillé la manipulation des implications et de la contraposée.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.