

Programme de colle 8 : du 18/11 au 22/11

Logique

- Raisonnements par récurrence double, multiple, forte.
- Raisonnements par analyse-synthèse.

Nombres réels et suites usuelles

- Convergence de suites : définitions (CV, DV, limite), résultats théoriques (unicité de la limite, liens avec la relation d'ordre).
- Limites : opérations, théorème des gendarmes.
- Suites extraites (caractérisation de la convergence, cas de (u_{2n}) et (u_{2n+1}) , Bolzano-Weierstrass).
- Monotonie : convergence monotone, suites adjacentes (définition, convergence).
- Caractérisations séquentielles de la borne sup (ou inf), de la densité, de la limite (ou la continuité) d'une fonction.

Exercices abordés dans le TD B2 : 1, 2, 3, 6, 7, 10, 15, 16, 17, 20, 22, 25, 27.

Théorie des ensembles

- Ensembles : inclusion, opérations (réunion, intersection, différence, complémentaire, produit), opérations.
- Recouvrement disjoint, partition.

Exercices abordés dans le TD C1 : 1, 2, 3.

Questions de cours

- Montrer que la suite de Fibonacci (F_n) vérifie $F_n \geq n$ à partir d'un certain rang (1 si on choisit $F_0 = F_1 = 1$).
- Définition de suites adjacentes et démonstration de leur convergence vers une limite commune.
- Étude de (u_n) définie par $u_0 \in \mathbb{R}_+$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{u_n}$ (on pourra donner sans détailler les résultats utiles comme les variations de $x \mapsto \sqrt{x+2}$ ou le signe de $\sqrt{x+2} - x$).
- Soit A, B, C trois parties d'un ensemble E . Démonstration de $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ou de $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- Existence et unicité de la décomposition d'une fonction en somme d'une fonction paire et une fonction impaire.

Remarques

- Pas d'applications injectives/surjectives cette semaine.
- On a beaucoup insisté sur la rigueur voire l'automatisme des raisonnements en théorie des ensembles.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.
- La logique est distillée au fil des premiers chapitres, quand cela se présente. Notamment, on n'a pas rencontré de raisonnement par analyse-synthèse, ni détaillé la manipulation des implications et de la contraposée.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.