

Programme de colle 9 : du 25/11 au 29/11

Logique

- Raisonnements par analyse-synthèse.

Suites réelles

- Suites définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.

Ensembles et applications

- Ensembles : inclusion, opérations (réunion, intersection, différence, complémentaire, produit).
- Recouvrement disjoint, partition.
- Applications, opérations (restriction, composition).
- Injections, surjections, bijection, liens avec la composition.
- Image directe, image réciproque, caractérisations de l'injectivité, de la surjectivité.
- Relations binaires : relations d'ordre, d'équivalence, classes d'équivalence.

Exercices abordés dans le TD C1 : 1, 2, 3, 10, 16.

Intégration

- Primitive d'une fonction réelle ou complexe. Existence de primitives (admis), ensemble des primitives.
- Propriétés de l'intégrale : Chasles, linéarité, positivité, stricte positivité, inégalité triangulaire.
- Techniques d'intégration : IPP, changement de variable.

Exercices abordés dans le TD B3 : 1, 3, 6.

Questions de cours

- Étude de (u_n) définie par $u_0 \in \mathbb{R}_+$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$ (on pourra donner sans détailler les résultats utiles comme les variations de $x \mapsto \sqrt{x+2}$ ou le signe de $\sqrt{x+2} - x$) (voir DM 7).
- Soit A, B, C trois parties d'un ensemble E . Démonstration de $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ou de $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- Existence et unicité de la décomposition d'une fonction en somme d'une fonction paire et une fonction impaire.
- Soit $f : E \rightarrow F, A \subset E$ et $B \subset F$. Montrer que $A \subset f^{-1}(f(A))$ et/ou $f(f^{-1}(B)) \subset B$.
- Calcul d'une primitive de \ln, Arctan .
- Calcul de $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^t \cos(t) dt$.

Remarques

- On a beaucoup insisté sur la rigueur voire l'automatisme des raisonnements en théorie des ensembles et avec les applications.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.
- La logique est distillée au fil des premiers chapitres, quand cela se présente. Notamment, on n'a pas rencontré de raisonnement par analyse-synthèse, ni détaillé la manipulation des implications et de la contraposée.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.