

Programme de colle 10 : du 02/12 au 06/12

Intégration et équations différentielles

- Primitives d'une fonction réelle ou complexe. Existence de primitives (admis), ensemble des primitives.
- Propriétés de l'intégrale : Chasles, linéarité, positivité, stricte positivité, inégalité triangulaire.
- Techniques d'intégration : IPP, changement de variable.
- Équations différentielles linéaires : théorèmes de structure de l'ensemble des solutions (linéarité pour une équation homogène, structure affine, superposition des solutions).
- Équations différentielles linéaires d'ordre 1 : équation homogène, variation de la constante.
- Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants : équation homogène (équation caractéristique, solutions réelles/complexes), second membres usuels (polynômes, exponentielles, sin/cos/sh/ch, produit de plusieurs tels termes).

Exercices abordés dans le TD B3 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 13, 14, 15.

Systemes linéaires

- Vocabulaire, matrice/matrice augmentée du système.
- Opérations élémentaires, algorithme du pivot de Gauß, matrice ou système échelonné.
- Rang d'un système, d'une matrice, inconnues principales, inconnues secondaires.
- Compatibilité d'un système, expression des solutions, système de Cramer.

Exercices abordés dans le TD D1 : 1, 2, 3.

Questions de cours

- Calcul d'une primitive de \ln , Arctan .
- Calcul de $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^t \cos(t) dt$.
- Énoncé et démonstration de la forme générale des solutions d'une EDL homogène du 1^{er} ordre.
- Énoncé et démonstration de la structure affine des solutions d'une équation différentielle linéaire.
- Pour quelles valeurs de $\lambda \in \mathbb{R}$ le système
$$\begin{cases} 3y + 2z = \lambda x \\ -2x + 3y + 2z = \lambda y \\ 2x - 3y = \lambda z \end{cases}$$
 a-t-il une infinité de solutions? Le résoudre dans ces cas (ou dans un de ces cas).

Remarques

- Les matrices ne sont présentées que comme outil de résolution des systèmes linéaires. Les opérations, structure et autres inversibilités n'ont pas été évoquées.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.
- La logique est distillée au fil des premiers chapitres, quand cela se présente. Notamment, on n'a pas rencontré de raisonnement par analyse-synthèse, ni détaillé la manipulation des implications et de la contraposée.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.