

La présentation, l'orthographe et la qualité de la rédaction seront prises en compte.

Les résultats devront être encadrés.

La recherche de l'intégralité du sujet est indispensable pour tous.

Cependant, vous rédigerez un devoir par binôme, avec relecture mutuelle. Bien sûr les écritures des deux signataires devront apparaître de manière significative dans la copie.

Exercice 1

1. Promenade : résoudre le système linéaire
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + 2y = 2 \end{cases} .$$
2. Échauffement : résoudre le système linéaire
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ x + y + 2z = 3 \end{cases} .$$
3. Bouillonnement : soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 2$. On considère le système à n inconnues x_1, \dots, x_n donné par les n équations suivantes :

$$\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket, \quad x_i + \sum_{k=1}^n x_k = i.$$

Soit A la matrice de ce système et $a_{i,j}$ ses coefficients pour tous $i, j \in \llbracket 1, n \rrbracket$. On notera A' la matrice augmentée du système.

- (a) Donner la valeurs des coefficients $a_{i,j}$ en fonction de i et j .
- (b) Donner la matrice équivalente à A' par lignes après l'opération élémentaire :

$$L_1 \leftarrow L_1 + L_2 + \dots + L_n.$$

- (c) Donner une matrice échelonnée équivalente par lignes à A' (on pourra commencer par appliquer une dilatation à la ligne L_1 afin de choisir un premier pivot simple).
- (d) Conclure (et vérifier pour vous-même que votre conclusion confirme les résultats des deux premières questions).