

# Programme de colle 11 : du 09/12 au 13/12

## Intégration et équations différentielles

- Équations différentielles linéaires : théorèmes de structure de l'ensemble des solutions (linéarité pour une équation homogène, structure affine, superposition des solutions).
- Équations différentielles linéaires d'ordre 1 : équation homogène, variation de la constante.
- Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants : équation homogène (équation caractéristique, solutions réelles/complexes), second membres usuels (polynômes, exponentielles, sin/cos/sh/ch, produit de plusieurs tels termes).

Exercices abordés dans le TD B3 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 13, 14, 15.

## Systèmes linéaires

- Vocabulaire, matrice/matrice augmentée du système.
- Opérations élémentaires, algorithme du pivot de Gauß, matrice ou système échelonné.
- Rang d'un système, d'une matrice, inconnues principales, inconnues secondaires.
- Compatibilité d'un système, expression des solutions, système de Cramer.

Exercices abordés dans le TD D1 : 1, 2, 3.

## Groupes

- Loi de composition interne, associativité, commutativité, distributivité, élément neutre, symétrique, itérés d'un élément.
- Groupes (définition, exemples, dont le groupe des permutation d'une ensemble, les groupes produits).
- Sous-groupes, loi induite.
- Morphisme de groupe, iso- et auto-morphisme, noyau, critère d'injectivité et de surjectivité.

Exercices abordés dans le TD C2 : 1, 2, 3, 4.

## Questions de cours

- Établir la relation de récurrence pour les intégrales de Wallis (avec cos ou sin).
- Pour quelles valeurs de  $\lambda \in \mathbb{R}$  le système 
$$\begin{cases} 3y + 2z = \lambda x \\ -2x + 5y + 2z = \lambda y \\ 2x - 3y = \lambda z \end{cases}$$
 a-t-il une infinité de solutions ? Le résoudre dans ces cas (ou dans un de ces cas).
- L'intersection d'une famille de sous-groupes est un sous-groupe.
- Le centre d'un groupe est un groupe.
- Caractérisation de l'injectivité d'un morphisme de groupes à l'aide du noyau.
- Le groupe des automorphismes d'un groupe  $G$ ,  $(\text{Aut}(G), \circ)$ , est un groupe.

## Remarques

- Les matrices ne sont présentées que comme outil de résolution des systèmes linéaires. Les opérations, structure et autres inversibilités n'ont pas été évoquées.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.
- La logique est distillée au fil des premiers chapitres, quand cela se présente. Notamment, on n'a pas rencontré de raisonnement par analyse-synthèse, ni détaillé la manipulation des implications et de la contraposée.

## Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.

*Bonne semaine de colle !*