

Programme de colle 12 : du 16/12 au 20/12

Groupes, anneaux, corps

- Loi de composition interne, associativité, commutativité, distributivité, élément neutre, symétrique, itérés d'un élément.
- Groupes (définition, exemples, dont le groupe des permutation d'une ensemble, les groupes produits).
- Sous-groupes, loi induite.
- Morphisme de groupe, iso- et auto-morphisme, noyau, critère d'injectivité et de surjectivité.
- Anneaux : définition, exemples, règles de calcul (dont binôme de Newton et formule de Bernoulli), sous-anneaux, morphismes d'anneaux.
- Élément inversible, diviseur de zéro, anneau intègre.
- Élément nilpotent, ordre (ou indice) de nilpotence.
- Corps : définition, exemples, sous-corps.

Exercices abordés dans le TD C2 : 1, 2, 3, 4, 8, 11, 14, 15.

Questions de cours

- Le centre d'un groupe est un groupe.
- Caractérisation de l'injectivité d'un morphisme de groupes à l'aide du noyau.
- L'ensemble des automorphismes d'un groupe G , $(\text{Aut}(G), \circ)$, est un groupe.
- L'ensemble des inversibles d'un anneau A est un groupe.
- Si $a \in A$ est nilpotent : inversibilité et inverse de $1_A - a$ (on peut indiquer de factoriser $1_A - a^n$ pour $n \in \mathbb{N}$).
- Si $a, b \in A$ commutent : nilpotence de ab (resp. $a + b$) sous l'hypothèse que a (resp. a et b sont nilpotents).

Remarques

- Les structures algébriques des polynômes et des matrices n'ont pas encore été abordées.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.
- La logique est distillée au fil des premiers chapitres, quand cela se présente. Notamment, on n'a pas rencontré de raisonnement par analyse-synthèse, ni détaillé la manipulation des implications et de la contraposée.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.

Joyeuses fêtes !