

Programme de colle 14 : du 13/01 au 17/01

Continuité, dérivabilité

- Limites d'une fonction : définitions de limite et continuité en un point, à droite, à gauche, prolongement par continuité.
- Opérations sur les limites, inégalités, gendarmes, caractérisation séquentielle.
- Fonctions continues sur un intervalle, opérations, théorèmes des valeurs intermédiaires et des bornes atteintes. Une fonction continue injective est strictement monotone.
- Dérivabilité, à droite à gauche, équation de la tangente, DL1.
- Calcul de dérivées et dérivées successives, classe \mathcal{C}^k , formule de Leibniz.
- Théorèmes de Rolle, des accroissements finis (égalité et inégalité), limite de la dérivée.

Exercices abordés dans le TD B4 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 11, 12, 17, 20, 22, 24, 26, 27, 28, 30, 32.

Premiers pas en arithmétique

- Divisibilité, diviseurs, multiples, propriétés.
- Relation de congruence modulo un entier, propriétés, résolution d'équations.
- Division euclidienne.

Exercices abordés dans le TD C3 : 2, 3, 5, 11, 13.

Questions de cours

- > Existence d'un point fixe pour $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ continue.
- > Théorème des bornes atteintes (avec sa démonstration).
- > Continuité, dérivabilité, classe \mathcal{C}^1 de $x \mapsto x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.
- > Caractérisation des sous-groupes (additifs) de \mathbb{Z} .
- > Quel est le dernier chiffre de 7^{7^7} ? (*indication éventuelle : montrer que $7^4 \equiv 1 [10]$*).
- > Énoncé et démonstration du théorème de division euclidienne dans \mathbb{Z} .

Remarques

- On garde les grandes questions d'arithmétique pour la semaine prochaine : pas de présupposés sur les PGCD et les PPCM cette semaine.
- Les fonctions à valeurs complexes ont été évoquées.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.
- La logique est distillée au fil des premiers chapitres, quand cela se présente. Les raisonnements par analyse-synthèse ayant désormais été abordés, les résolutions d'équations ou de problèmes doivent maintenant être bien rigoureux.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.