

Programme de colle 18 : du 10/02 au 14/02

Calcul matriciel

- Matrices, opérations matricielles : somme, multiplication externe, produit : anneau $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.
- Matrices particulières (lignes/colonnes, matrice nulle, identité, matrices élémentaires, diagonales, triangulaires supérieures/inférieures).
- Stabilités (par produit) des ensembles de matrices diagonales/triangulaires.
- Calculs de puissances, formules dans le cas de matrices qui commutent.
- Transposée, propriétés, matrices symétriques, antisymétriques.
- Trace, linéarité, trace d'un produit de matrices.
- Matrices inversibles : définition, groupe des inversibles, inverse d'une matrice triangulaire, diagonale, transposée.
- Caractérisations par le rang, les solutions d'un système (homogène ou non).
- Matrices d'opérations élémentaires, algorithme de Gauß-Jordan.
- Rang (nombre de pivots), matrices équivalentes, caractérisation par équivalence à J_r .

Exercices abordés dans le TD D2 : 1, 2, 5, 6, 10, 12, 14, 16, 19.

Convexité

- Définition de la convexité (inégalité). Cas d'égalité. Inégalité de Jensen.
- Caractérisation de la convexité par croissance des pentes.
- Cas dérivable : caractérisation par croissance de f' et position de la courbe par rapport à ses tangentes.
- Cas 2 fois dérivable : caractérisation par le signe de f'' .

Exercices abordés dans le TD B5 : 1, 4.

Questions de cours

- Formule du produit de deux matrices élémentaires.
- Pour toutes matrices A, B de tailles convenables, $(AB)^T = B^T A^T$.
- Pour toutes matrices carrées A, B , $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$.
- Caractérisation de la convexité par croissance des pentes (énoncé complet et démonstration d'une des deux implications **au choix de candidat**).
- Caractérisation de la convexité dans le cas dérivable (énoncé complet et démonstration d'une des trois implications **au choix de candidat**).
- Inégalité arithmético-géométrique

Remarques

- Le programme limite l'étude théorique des matrices au cas où $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} , mais rien n'empêche de se demander ce qui se passe quand les coefficients sont dans un sous-anneau ou un sous-corps particulier.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.