

Programme de colle 23 : du 31/03 au 04/04

Espaces vectoriels

- Loi de composition externe, interne. Espace vectoriel (définition, propriétés qui en découlent).
- Combinaison linéaire, sous-espace vectoriel.
- Définition et caractérisations d'un sous-espace vectoriel engendré par une partie. Vect A est défini comme l'intersection des sev contenant A .
- Intersection, somme de sev.
- Somme directe, sev supplémentaires.

Exercices abordés dans le TD D3 : 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 11, 13, 14, 15, 16.

Applications linéaires

- Morphisme, endomorphisme, isomorphisme, automorphisme, forme linéaire.
- Propriétés calculatoires.
- Structure de sev de $\mathcal{L}(E, F)$, composition.
- Noyau, image, caractérisation de l'injectivité, de la surjectivité.
- Sous-espace affine, structure affine des solutions d'une équation linéaire.
- Projections, projecteurs, symétries.

Exercices abordés dans le TD D3 : 18, 20, 21, 23, 27.

Questions de cours

- $\text{Ker } f, \text{Im } f$ sont des espaces vectoriels.
- Caractérisation de l'injectivité par le noyau.
- $E = F \oplus G$ si et seulement si $E = F + G$ et $F \cap G = \{0\}$.
- Si p est un projecteur, alors $E = \text{Ker } p \oplus \text{Im } p$.
- Montrer que $\text{Ker } f \subset \text{Ker}(g \circ f)$, $\text{Im}(g \circ f) \subset \text{Im } g$. Éventuellement une CNS pour l'égalité si ça se passe bien (cf. exo D3.20).

Remarques

- Aucune mention de familles libres ni de dimension cette semaine.
- Bien sûr pas de représentations matricielles des applications linéaires non plus.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.