

Programme de colle 25 : du 07/04 au 11/04

Fractions rationnelles

- Fractions rationnelles, définition, opérations, représentant irréductible.
- Généralités : degré, fonction rationnelle associée, dérivée.
- Multiplicité, racines, pôles.
- Décomposition en éléments simples : définition, forme de la décomposition sur $\mathbb{R}(X)$ et $\mathbb{C}(X)$ (partie entière, éléments de 1^{re} espèce, 2^e espèce).
- Calcul de résidu, différentes techniques de détermination des coefficients.
- DES de P'/P .

Exercices abordés dans le TD C5 : 1, 3, 4, 6, 7.

Dimension finie

- Familles libres, bases (ajout d'un vecteur indépendant des autres à une famille libre, retrait d'un vecteur dépendant des autres d'une famille génératrice).
- Espace de dimension finie.
- Théorèmes de la base incomplète, de la base extraite, existence d'une base.
- Cardinal d'une base, dimension. Inégalités sur le cardinal d'une famille libre, génératrice.
- Dimension d'un sous-espace, existence d'un supplémentaire, formule de Grassmann.
- Applications linéaires en dimension finie : détermination par l'image d'une base.
- Caractérisation d'une application injective, surjective.
- Caractérisation d'un isomorphisme en dimension finie.
- Rang d'une famille, d'une application linéaire, théorème du rang. Rang d'une composée.
- Hyperplan (définition, caractérisation, caractérisation en dimension finie), espace dual.
- Dimension d'une intersection d'hyperplans, description d'un sev comme intersection d'hyperplans (équations cartésiennes).

Exercices abordés dans le TD D5 : 1, 2, 3, 5, 6, 8, 12, 16.

Questions de cours

- Détermination du résidu d'une fraction rationnelle en un pôle simple.
- Décomposition en éléments simples de P'/P .
- Décomposition en éléments simples de $\frac{1}{X^{2n}-1}$.
- Théorème du rang (énoncé et démonstration)

Remarques

- On a montré l'existence d'une décomposition en éléments simples et admis l'unicité, rien de tout cela n'étant exigible.
- Pas de représentation matricielle des applications linéaires dans ce chapitre.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.