

# Programme de colle 26 : du 05/05 au 08/05

## Applications linéaires en dimension finie

- Applications linéaires en dimension finie : détermination par l'image d'une base.
- Caractérisation d'une application injective, surjective.
- Caractérisation d'un isomorphisme en dimension finie.
- Rang d'une famille, d'une application linéaire, théorème du rang. Rang d'une composée.
- Hyperplan (définition, caractérisation, caractérisation en dimension finie), espace dual.
- Dimension d'une intersection d'hyperplans, description d'un sev comme intersection d'hyperplans (équations cartésiennes).

Exercices abordés dans le TD D5 : 1, 2, 3, 5, 6, 8, 12, 16.

## Taylor et développements limités

- Formule de Taylor avec reste intégral, inégalité de Taylor-Lagrange, formule de Taylor-Young.
- Développements limités : définition, unicité, parité, opérations (produit, composée, intégration).
- Développements limités usuels (premiers termes et à tout ordre) en 0.
- Interprétation graphique locale des premiers termes d'un DL.
- Notion de développement asymptotique, notamment en  $+\infty$ .

Exercices abordés dans le TD B7 : 1, 2, 3, 5, 6, 10.

## Questions de cours

- > Théorème du rang (énoncé et démonstration).
- > Formule de Taylor avec reste intégral (avec démonstration).
- > Premiers termes et terme général de n'importe quel DL usuel en 0 (formules encadrées du résumé de cours).
- > DL en 0 de tangente à l'ordre 8 (méthode au choix :  $\frac{\sin}{\cos}$  (pas la plus rapide),  $\tan' = 1 + \tan^2$  ou réciproque de Arctan).
- >  $\forall x \in \mathbb{R}_+, x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(1+x) \leq x - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{3}$  avec Taylor.

## Remarques

- Pas de représentation matricielle des applications linéaires dans ce chapitre.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.

## Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.