Programme de colle 28 : du 19/05 au 23/05

Représentations matricielles en algèbre linéaire

- Matrice d'un vecteur, d'une famille de vecteurs, rang d'une famille de vecteurs, CNS pour être une base.
- Matrice d'une application linéaire dans des bases données, cas d'un endomorphisme, propriétés (image d'un vecteur, composition).
- Isomorphisme entre applications linéaires et espace de matrices.
- Application linéaire canoniquement associée à une matrice, noyau et image d'une matrice.
- Matrice de passage d'une base à une autre, opérations, changement de base pour un vecteur.
- Changement de bases pour une application linéaire, formules matricielles, matrices semblables, matrices équivalentes.
- Lien entre rang d'une application linéaire et rang d'une matrice, invariance par produit avec une matrice inversible
- Caractérisation du rang par équivalence à J_r, par les matrices extraites, A et A^T ont même rang.
- Caractérisation du rang par les matrices extraites.

Exercices abordés dans le TD D5 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Questions de cours

➢ Noyau et image de $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

➢ Pour un projecteur p, $\mathrm{Tr}(p) = \mathrm{rg}(p)$.

➢ Une matrice est de rang r si et seulement si elle est équivalente à J_r.

➢ Si u est nilpotent d'ordre p, alors il existe a tel que $(u^i(a))_{1 \leqslant i \leqslant -1}$ soit libre.

Remarques

- Les manipulations sur le rang sont encore récentes, on sera indulgent sur la fin du chapitre D5.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.

Bonne semaine de colle !