Programme de colle 30 : du 09/06 au 13/06

Séries numériques

- Convergence, divergence d'une série. Somme partielle, reste.
- Condition nécessaire de convergence, grossière divergence.
- Séries de référence : Riemann, géométrique, télescopique.
- Calculs de sommes (géométriques, télescopiques, géométriques dérivées), linéarité.
- Théorèmes de comparaison de séries à termes positifs, Comparaison série/intégrale.
- Cas général : absolue convergence, critère de convergence des séries alternées.

Exercices abordés dans le TD B8 : 1, 2, 3, 4, 5.

Groupe symétrique

- Ordre d'un élément dans un groupe, groupe engendré par une partie.
- Permutations d'un ensemble fini, de $\llbracket 1, n \rrbracket$, support. Cycles, transpositions.
- Décomposition d'une permutation en produit de cycles à supports disjoints, en produit de transpositions.
- Signature : définition par les inversions, formule produit, propriété de morphisme.
- Groupe alterné, cardinal.

Exercices abordés dans le TD C6 : 2, 4, 5, 7.

Variables aléatoires

- Variable aléatoire, loi, système complet d'événements élémentaires.
- Variables aléatoires réelles, espérance, variance, formule de Koenig-Huygens, écart-type.
- Propriétés : linéarité de l'espérance, stricte positivité de la variance...
- VAR image par une fonction, formule de transfert.
- Lois usuelles : certaine, uniforme, Bernoulli, binomiale. Espérance et variance.
- Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev.

Exercices abordés dans le TD E3 : 1, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12.

Questions de cours

➤ Équivalent de $\sum_{k=1}^n \sqrt{k}$ ou de $\sum_{k=n+1}^{+\infty} \frac{1}{k\sqrt{k}}$.

➤ Nature d'une série de Bertrand « problématique », comme $\sum \frac{1}{\sqrt{k} \ln(k)}$ ou $\sum \frac{\ln(k)}{k^2}$.

➤ Critère de convergence des séries alternées.

➤ Signature d'une permutation : propriété de morphisme (on pourra admettre la formule produit).

➤ Définition de A_n , caractère de sous-groupe, cardinal.

➤ Définition de la variance et formule de Koenig-Huygens.

➤ Définition et espérance de la loi binomiale (et la variance si c'était trop facile).

➤ Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev.

Remarques

- Seulement des univers finis en première année.
- La théorie des couples de VA n'est pas au programme de colle, mais rien n'empêche d'étudier 2 VA en même temps et des intersections d'événements.
- Ce programme est l'occasion de réactiver les réflexes de théorie des groupes.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.