

# Programme de colle 9 : du 24/11 au 28/11

## Suites numériques : techniques avancées

- Suites extraites (caractérisation de la convergence, Bolzano-Weierstrass), cas de  $(u_{2n})$  et  $(u_{2n+1})$
- Monotonie : convergence monotone, suites adjacentes (définition, convergence).
- Caractérisations séquentielles de la borne sup (ou inf), de la densité, de la limite (ou la continuité) d'une fonction.
- Suites définies par  $u_{n+1} = f(u_n)$  : plan d'étude complet.

Exercices abordés dans le TD B2 : 1, 2, 3, 6, 7, 14, 15, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 27.

## Logique

- Récurrence forte.

## Ensembles et applications

- Ensembles : inclusion, opérations (réunion, intersection, différence, complémentaire, produit).
- Recouvrement disjoint, partition.
- Applications, opérations (restriction, composition).
- Injections, surjections, bijection, liens avec la composition.
- Image directe, image réciproque, caractérisations de l'injectivité, de la surjectivité.
- Relations binaires : relations d'ordre, d'équivalence, classes d'équivalence.

Exercices abordés dans le TD C1 : 1, 2, 3, 9, 10, 16.

## Questions de cours

- Suites adjacentes : définition et propriété de convergence commune (avec démonstration).
- Si  $\begin{cases} \forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq v_n \leq 3 \\ u_n v_n \rightarrow 6 \end{cases}$ , alors  $u_n \rightarrow 2$  et  $v_n \rightarrow 3$ .
- La composée de deux injections (resp. surjections) est une injection (resp. surjection).
- Si  $g \circ f$  est injective (resp. surjective), alors  $f$  est injective (resp.  $g$  est surjective).
- Comparer  $f(f^{-1}(B))$  et  $B$  ou  $f^{-1}(f(A))$  et  $A$ .
- Comparer  $f(A_1 \cap A_2)$  et  $f(A_1) \cap f(A_2)$  (ou avec  $\cup$  ou avec  $f^{-1}$ )

## Remarques

- Le raisonnement par récurrence forte complète désormais notre panoplie pour les raisonnements par récurrence.
- On peut attendre une certaine prise d'initiatives, notamment sur les techniques usuelles, dans l'étude d'une suite récurrente (intervalle stable, point(s) fixe(s), sens de variation, convergence, limite(s) possible(s)...)
- On pourra être très exigeant sur la rigueur des raisonnements « automatiques » dans ce chapitre C1.

## Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.