

Programme de colle 9 : du 24/11 au 28/11

Suites numériques : techniques avancées

- Suites extraites (caractérisation de la convergence, Bolzano-Weierstrass), cas de (u_{2n}) et (u_{2n+1})
- Monotonie : convergence monotone, suites adjacentes (définition, convergence).
- Caractérisations séquentielles de la borne sup (ou inf), de la densité, de la limite (ou la continuité) d'une fonction.
- Suites définies par $u_{n+1} = f(u_n)$: plan d'étude complet.

Exercices abordés dans le TD B2 : 1, 2, 3, 6, 7, 14, 15, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 27.

Logique

- Récurrence forte.

Ensembles et applications

- Ensembles : inclusion, opérations (réunion, intersection, différence, complémentaire, produit).
- Recouvrement disjoint, partition.
- Applications, opérations (restriction, composition).
- Injections, surjections, bijection, liens avec la composition.
- Image directe, image réciproque, caractérisations de l'injectivité, de la surjectivité.
- Relations binaires : relations d'ordre, d'équivalence, classes d'équivalence.

Exercices abordés dans le TD C1 : 1, 2, 3, 9, 10, 16.

Questions de cours

- Suites adjacentes : définition et propriété de convergence commune (avec démonstration).
$$\begin{cases} \forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq v_n \leq 3 \\ u_n v_n \rightarrow 6 \end{cases}$$
- Si $\begin{cases} \forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq v_n \leq 3 \\ u_n v_n \rightarrow 6 \end{cases}$, alors $u_n \rightarrow 2$ et $v_n \rightarrow 3$.
- La composée de deux injections (resp. surjections) est une injection (resp. surjection).
- Si $g \circ f$ est injective (resp. surjective), alors f est injective (resp. g est surjective).
- Comparer $f(f^{-1}(B))$ et B ou $f^{-1}(f(A))$ et A .
- Comparer $f(A_1 \cap A_2)$ et $f(A_1) \cap f(A_2)$ (ou avec \cup ou avec f^{-1})

Remarques

- Le raisonnement par récurrence forte complète désormais notre panoplie pour les raisonnements par récurrence.
- On peut attendre une certaine prise d'initiatives, notamment sur les techniques usuelles, dans l'étude d'une suite récurrente (intervalle stable, point(s) fixe(s), sens de variation, convergence, limite(s) possible(s)...)
- On pourra être très exigeant sur la rigueur des raisonnements « automatiques » dans ce chapitre C1.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.