

Programme de colle 10 : du 01/12 au 05/12

Suites récurrentes

- Suites définies par $u_{n+1} = f(u_n)$: plan d'étude complet.

Exercices abordés dans le TD B2 : 1, 2, 3, 6, 7, 14, 15, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 27.

Ensembles et applications

- Ensembles : inclusion, opérations.
- Recouvrement disjoint, partition.
- Applications, opérations (restriction, composition).
- Injections, surjections, bijection, liens avec la composition.
- Image directe, image réciproque, caractérisations de l'injectivité, de la surjectivité.
- Relations binaires : relations d'ordre, d'équivalence, classes d'équivalence.

Exercices abordés dans le TD C1 : 1, 2, 3, 9, 10, 16.

Intégration et équations différentielles

- Primitive d'une fonction réelle ou complexe. Existence de primitives (admis), ensemble des primitives.
- Propriétés de l'intégrale : Chasles, linéarité, positivité, stricte positivité, inégalité triangulaire.
- Techniques d'intégration : IPP, changement de variable.
- Équations différentielles linéaires : théorèmes de structure de l'ensemble des solutions (linéarité pour une équation homogène, structure affine, superposition des solutions).
- Équations différentielles linéaires d'ordre 1 : équation homogène, variation de la constante.
- Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants : équation homogène (équation caractéristique, solutions réelles/complexes), second membres usuels (polynômes, exponentielles, sin/cos/sh/ch, produit de plusieurs tels termes).

Exercices abordés dans le TD B3 : exemples d'intégrales, d'EDL.

Questions de cours

- La composée de deux injections (resp. surjections) est une injection (resp. surjection).
- Si $g \circ f$ est injective (resp. surjective), alors f est injective (resp. g est surjective).
- Comparer $f(f^{-1}(B))$ et B ou $f^{-1}(f(A))$ et A .
- Comparer $f(A_1 \cap A_2)$ et $f(A_1) \cap f(A_2)$ (ou avec \cup ou avec f^{-1})
- Deux classes d'équivalence sont disjointes ou confondues.
- Calcul d'une primitive de Arc-quelque chose.
- Ensemble des solutions d'une EDL1 homogène et/ou structure affine de l'ensemble des solutions d'une EDL1 avec second membre.

Remarques

- On restera très exigeant sur la rigueur des raisonnements « automatiques » dans ce chapitre C1.
- Outre quelques modèles de cours, l'entraînement sur le chapitre B3 a été assez autonome. L'occasion de tester si toutes les techniques sont bien acquises.
- Il n'est pas attendu de technicité extrême dans les calculs d'intégrales. Notamment les changements de variable trop tordus peuvent être suggérés (typiquement, les règles de Bioche sont hors-programme).

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.

Bonne semaine de colle !