

Programme de colle 11 : du 08/12 au 12/12

Intégration et équations différentielles

- Primitive d'une fonction réelle ou complexe. Existence de primitives (admis), ensemble des primitives.
- Propriétés de l'intégrale : Chasles, linéarité, positivité, stricte positivité, inégalité triangulaire.
- Techniques d'intégration : IPP, changement de variable.
- Équations différentielles linéaires : théorèmes de structure de l'ensemble des solutions (linéarité pour une équation homogène, structure affine, superposition des solutions).
- Équations différentielles linéaires d'ordre 1 : équation homogène, variation de la constante.
- Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants : équation homogène (équation caractéristique, solutions réelles/complexes), second membres usuels (polynômes, exponentielles, sin/cos/sh/ch, produit de plusieurs tels termes).
- Problèmes de Cauchy, théorème de Cauchy-Lipschitz (en ordres 1 et 2).

Exercices abordés dans le TD B3 : exemples d'intégrales, d'EDL (type exos 3 à 6 et 13 à 16), 8, 11, 12, 19, 21(1).

Systèmes linéaires

- Vocabulaire, matrice/matrice augmentée du système.
- Opérations élémentaires, algorithme du pivot de Gauß, matrice ou système échelonné.
- Rang d'un système, d'une matrice, inconnues principales, inconnues secondaires.
- Compatibilité d'un système, expression des solutions, système de Cramer.

Exercices abordés dans le TD D1 : 1, 2, 3, 7.

Questions de cours

- Calcul d'une primitive de Arcsin, Arccos ou Arctan.
- Ensemble des solutions d'une EDL1 homogène.
- Structure affine de l'ensemble des solutions d'une EDL avec second membre.
- Trouver les λ tels que
$$\begin{cases} 3x & -z = \lambda x \\ 2x + 4y + 2z = \lambda y \\ -x & + 3z = \lambda z \end{cases}$$
 ait une infinité de solutions. Les déterminer dans (un de) ces cas.

Remarques

- La résolution d'une équation différentielle type ne doit pas causer de difficulté.
- Il n'est pas attendu de technicité extrême dans les calculs d'intégrales. Notamment les changements de variable trop tordus peuvent être suggérés (typiquement, les règles de Bioche sont hors-programme).

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.