

Programme de colle 14 : du 12/01 au 16/01

Continuité et dérivabilité

- Limites d'une fonction : définitions de limite et continuité en un point, à droite, à gauche, prolongement par continuité.
- Opérations sur les limites, inégalités, gendarmes, caractérisation séquentielle.
- Fonctions continues sur un intervalle, opérations, théorèmes des valeurs intermédiaires et des bornes atteintes. Une fonction continue injective est strictement monotone.
- Dérivabilité, à droite à gauche, équation de la tangente, DL1.
- Calcul de dérivées et dérivées successives, classe \mathcal{C}^k , formule de Leibniz.
- Théorèmes de Rolle, des accroissements finis (égalité et inégalité), limite de la dérivée.

Exercices abordés dans le TD B4 : 2, 3, 4, 5, 6, 9, 14, 16, 22, 25, 26, 27, 28, 30, 32.

Premiers pas en arithmétique

- Divisibilité, diviseurs, multiples, propriétés.
- Relation de congruence modulo un entier, propriétés, résolution d'équations.
- Division euclidienne.

Exercices abordés dans le TD C3 : 3, 11, 13, 19.

Questions de cours

- Caractérisation séquentielle de la limite.
- Théorème des valeurs intermédiaires et sa démonstration.
- Théorème du point fixe (de Brouwer) pour $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$.
- Continuité et dérivabilité de la fonction $x \mapsto x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ et de son prolongement en 0.
- Dérivées successives de $x \mapsto \ln(1+x)$ ou de $x \mapsto \frac{1}{1+x}$.
- Étude de (u_n) définie par $u_0 \geq 0$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2+u_n}$ (intervalle stable, point fixe et la convergence par IAF).
- Quel est le dernier chiffre de 7^{7^7} ? (*(indication éventuelle : montrer que $7^4 \equiv 1 \pmod{10}$)*).
- Énoncé et démonstration du théorème de division euclidienne dans \mathbb{Z} .

Remarques

- On garde les grandes questions d'arithmétique pour la semaine prochaine : pas de présupposés sur les PGCD et les PPCM cette semaine.
- Les fonctions à valeurs complexes ont été évoquées.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.
- Pas de théorèmes généraux sur les fonctions dérivables cette semaine.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.