

Programme de colle 20 : du 09/03 au 13/03

Convexité

- Définition de la convexité (inégalité). Cas d'égalité. Inégalité de Jensen.
- Caractérisation de la convexité par croissance des pentes.
- Cas dérivable : caractérisation par croissance de f' et position de la courbe par rapport à ses tangentes.
- Cas 2 fois dérivable : caractérisation par le signe de f'' .
- Points d'inflexion, détermination de la nature d'un point critique.

Exercices abordés dans le TD B5 : 1, 4, 5.

Espaces vectoriels

- Loi de composition externe, interne. Espace vectoriel (définition, propriétés qui en découlent).
- Combinaison linéaire, sous-espace vectoriel.
- Définition et caractérisations d'un sous-espace vectoriel engendré par une partie.
- Intersection, somme de sev.
- Somme directe, sev supplémentaires.

Exercices abordés dans le TD D3 : 1, 3, 4, 5, 9, 11, 13, 14, 15.

Questions de cours

- Inégalité de Jensen.
- Caractérisation de la convexité par la croissance des pentes.
- Une fonction convexe sur I est dérivable à droite et à gauche en tout point intérieur à I .
- Définitions de Vect A et leur équivalence (notamment : ensemble des combinaisons linéaires à support fini d'éléments de A et plus petit (ou intersection des) sev contenant A).
- Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. Ker f et Im f sont des espaces vectoriels.
- Caractérisation de l'injectivité d'une application linéaire par son noyau.
- Deux sev F et G sont en somme directe si et seulement si tout élément $x \in F + G$ se décompose de manière unique $x = x_F + x_G$.

Remarques

- En algèbre linéaire encore plus qu'ailleurs : grande exigence de rigueur sur les méthodes et la nature des objets manipulés.
- On parle de famille génératrice car on parle de sev engendré, mais il n'est aucunement question de bases ni de dimension pour l'instant.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.