

Programme de colle 22 : du 23/03 au 27/03

Applications linéaires

- Morphisme, endomorphisme, isomorphisme, automorphisme, forme linéaire.
- Propriétés calculatoires.
- Structure de sev de $\mathcal{L}(E, F)$, composition, structure d'anneau de $\mathcal{L}(E)$.
- Noyau, image, caractérisation de l'injectivité, de la surjectivité.
- Structure affine des solutions d'une équation linéaire.
- Projections, projecteurs, symétries.

Exercices abordés dans le TD D3 : 1, 3, 4, 5, 9, 11, 13, 14, 15, 18, 20, 21, 22, 24.

Relations de comparaison

Tout est énoncé dans les deux cas : celui des suites et celui des fonctions.

- Définition (par le quotient) de o , \sim et O .
- Caractérisation de \sim .
- Manipulations et règles de calcul.
- Utilisation pour le calcul de limites.
- Croissances comparées.
- Équivalents usuels.

Exercices abordés dans le TD B6 : 1, 2, 3, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 15.

Probabilités sur un univers fini

- Définitions, vocabulaire probabiliste/ensembliste.
- Loi de probabilité : définition, propriétés, exemples (cas équiprobable).
- Formule des proba totales, formule des proba composées.
- Indépendance (2 à 2, mutuelle).

Exercices abordés dans le TD E2 : 4, 6, 7, 8, 10, 15.

Questions de cours

- Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$ sont des espaces vectoriels.
- Caractérisation de l'injectivité d'une application linéaire par son noyau.
- Si p est un projecteur, alors $E = \text{Ker } p \oplus \text{Im } p$.
- Montrer que $\text{Ker } u \subset \text{Ker}(u^2)$, $\text{Im}(u^2) \subset \text{Im } u$. Éventuellement une CNS pour l'égalité si ça se passe bien (*cf.* exo D3.20).
- Équivalents de Wallis : exercice B6.12.
- Limite et équivalent de x_n , unique solution sur $]1, +\infty[$ de l'équation $x - \ln x = n$.
- Énoncé et démonstration de la formule de Bayes ; application au problème du « faux positif ».
- Définitions d'indépendance (mutuelle, deux à deux) ; exemple de trois événements indépendants deux à deux mais non mutuellement indépendants

Remarques

- On se limite aux probabilités finies en 1^{re} année.
- Pas de notion de variable aléatoire dans ce chapitre.
- En algèbre linéaire encore plus qu'ailleurs : grande exigence de rigueur sur les méthodes et la nature des objets manipulés.
- On parle de famille génératrice car on parle de sev engendré, mais il n'est aucunement question de bases ni de dimension pour l'instant.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.