

Programme de colle 23 : du 30/03 au 03/04

Probabilités sur un univers fini

- Définitions, vocabulaire probabiliste/ensembliste.
- Loi de probabilité : définition, propriétés, exemples (cas équiprobable).
- Formule des proba totales, formule des proba composées.
- Indépendance (2 à 2, mutuelle).

Exercices abordés dans le TD E2 : 3, 4, 6, 7, 8, 10, 15, 18.

Fractions rationnelles

- Fractions rationnelles, définition, opérations, représentant irréductible.
- Généralités : degré, fonction rationnelle associée, dérivée.
- Multiplicité, racines, pôles.
- Décomposition en éléments simples : définition, forme de la décomposition sur $\mathbb{R}(X)$ et $\mathbb{C}(X)$ (partie entière, éléments de 1^{re} espèce, 2^e espèce).
- Calcul de résidu, différentes techniques de détermination des coefficients.
- Développement en éléments simples de P'/P dans $\mathbb{C}(X)$.

Exercices abordés dans le TD C5 : 1, 3, 5, 7.

Questions de cours

- Énoncé et démonstration de la formule de Bayes; application au problème du « faux positif ».
- Définitions d'indépendance (mutuelle, deux à deux); exemple de trois événements indépendants deux à deux mais non mutuellement indépendants
- Existence et unicité de la décomposition d'une fraction rationnelle sous la forme $E + G$ avec E la partie entière et G de degré négatif.
- Détermination du résidu d'une fraction rationnelle en un pôle simple.
- Décomposition en éléments simples de P'/P .
- Décomposition en éléments simples de $\frac{1}{X^n - 1}$ dans $\mathbb{C}(X)$, éventuellement dans $\mathbb{R}(X)$.

Remarques

- On se limite aux probabilités finies en 1^{re} année.
- Pas de notion de variable aléatoire dans ce chapitre.
- La construction du corps de fractions de $\mathbb{K}[X]$ n'est pas exigible, mais elle a été traitée (sans détailler toutes les vérifications), donc on peut en parler si nécessaire.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.