

Programme de colle 24 : du 02/04 au 05/04

Fractions rationnelles

- Fractions rationnelles, définition, opérations, représentant irréductible.
- Généralités : degré, fonction rationnelle associée, dérivée.
- Multiplicité, racines, pôles.
- Décomposition en éléments simples : définition, forme de la décomposition sur $\mathbb{R}(X)$ et $\mathbb{C}(X)$ (partie entière, éléments de 1^{re} espèce, 2^e espèce).
- Calcul de résidu, différentes techniques de détermination des coefficients.
- Développement en éléments simples de P'/P dans $\mathbb{C}(X)$.

Exercices abordés dans le TD C5 : 1, 3, 5, 7.

Dimension finie

- Familles libres, bases (ajout d'un vecteur indépendant des autres à une famille libre, retrait d'un vecteur dépendant des autres d'une famille génératrice).
- Espace de dimension finie.
- Théorèmes de la base incomplète, de la base extraite, existence d'une base.
- Cardinal d'une base, dimension. Inégalités sur le cardinal d'une famille libre, génératrice.
- Dimension d'un sous-espace, existence d'un supplémentaire, formule de Grassmann.

Exercices abordés dans le TD D5 : 1, 2, 3, 5, 6, 8, 12, 16.

Questions de cours

- Existence et unicité de la décomposition d'une fraction rationnelle sous la forme $E + G$ avec E la partie entière et G de degré négatif.
- Détermination du résidu d'une fraction rationnelle en un pôle simple.
- Décomposition en éléments simples de P'/P .
- Décomposition en éléments simples de $\frac{1}{X^n - 1}$ dans $\mathbb{C}(X)$, éventuellement dans $\mathbb{R}(X)$.
- Définition et caractérisation d'une base.
- Toute famille de $n + 1$ vecteurs est liée dans un espace engendré par n vecteurs.

Remarques

- La construction du corps de fractions de $\mathbb{K}[X]$ n'est pas exigible, mais elle a été traitée (sans détailler toutes les vérifications), donc on peut en parler si nécessaire.
- On peut parler d'applications linéaires (voir chapitre précédent) mais pas de rang ni de théorème du rang cette semaine.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.