

Programme de colle 27 : du 18/05 au 22/05

Taylor et développements limités

- Formule de Taylor avec reste intégral, inégalité de Taylor-Lagrange, formule de Taylor-Young.
- Développements limités : définition, unicité, parité, opérations (produit, composée, intégration).
- Développements limités usuels (premiers termes et à tout ordre) en 0.
- Interprétation graphique locale des premiers termes d'un DL.
- Notion de développement asymptotique, notamment en $+\infty$.

Exercices abordés dans le TD B7 : 1, 2, 4, 5, 10.

Séries numériques

- Convergence, divergence d'une série. Somme partielle, reste.
- Condition nécessaire de convergence, grossière divergence.
- Séries de référence : Riemann, géométrique, télescopique.
- Calculs de sommes (géométriques, télescopiques, géométriques dérivées), linéarité.
- Théorèmes de comparaison de séries à termes positifs.
- Comparaison série/intégrale.
- Cas général : absolue convergence, critère de convergence des séries alternées.
- Calcul de l'image d'un vecteur par une application linéaire en représentation matricielle.

Exercices abordés dans le TD B8 : 1, 3, 4, 5.

Représentations matricielles en algèbre linéaire

- Matrice d'un vecteur, d'une famille de vecteurs, rang d'une famille de vecteurs, CNS pour être une base.
- Matrice d'une application linéaire dans des bases données, cas d'un endomorphisme, propriétés (image d'un vecteur, composition).
- Isomorphisme entre applications linéaires et espace de matrices.
- Application linéaire canoniquement associée à une matrice.

Exercices abordés dans le TD D5 : 1.

Questions de cours

- > Formule de Taylor avec reste intégral.
- > Intégration des développements limités.
- > Calcul d'un développement limité de tangente à l'ordre 8 en 0.
- > Critère de convergence des séries de Riemann.
- > L'absolue convergence (d'une série à valeurs complexes) entraîne sa convergence.
- > Critère spécial des séries alternées.
- > Équivalent du reste de $\sum \frac{1}{n^2}$ ou de la somme partielle de $\sum \frac{1}{\sqrt{n}}$

Remarques

- Tous les développements limités usuels doivent être connus (ou retrouvés en quelques secondes, littéralement).
- Cette semaine en algèbre linéaire, on introduit simplement le formalisme matriciel pour représenter les outils déjà connus. Pas encore d'équivalence/similitude/changement de base.
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.

Bonne semaine de colle !