

Programme de colle 28 : du 25/05 au 29/05

Séries numériques

- Convergence, divergence d'une série. Somme partielle, reste.
- Condition nécessaire de convergence, grossière divergence.
- Séries de référence : Riemann, géométrique, télescopique.
- Calculs de sommes (géométriques, télescopiques, géométriques dérivées), linéarité.
- Théorèmes de comparaison de séries à termes positifs.
- Comparaison série/intégrale.
- Cas général : absolue convergence, critère de convergence des séries alternées.
- Calcul de l'image d'un vecteur par une application linéaire en représentation matricielle.

Exercices abordés dans le TD B8 : 1, 3, 4, 5.

Représentations matricielles en algèbre linéaire

- Matrice d'un vecteur, d'une famille de vecteurs, rang d'une famille de vecteurs, CNS pour être une base.
- Matrice d'une application linéaire dans des bases données, cas d'un endomorphisme, propriétés (image d'un vecteur, composition).
- Isomorphisme entre applications linéaires et espace de matrices.
- Application linéaire canoniquement associée à une matrice, noyau et image d'une matrice.
- Matrice de passage d'une base à une autre, opérations, changement de base pour un vecteur.
- Changement de bases pour une application linéaire, formules matricielles, matrices semblables, matrices équivalentes.
- Lien entre rang d'une application linéaire et rang d'une matrice, invariance par produit avec une matrice inversible
- Caractérisation du rang par équivalence à J_r , par les matrices extraites.

Exercices abordés dans le TD D5 : 1, 3, 4, 5, 7, 8.

Questions de cours

- Critère de convergence des séries de Riemann.
- L'absolue convergence (d'une série à valeurs complexes) entraîne sa convergence.
- Critère spécial des séries alternées.
- Équivalent du reste de $\sum \frac{1}{n^2}$ ou de la somme partielle de $\sum \frac{1}{\sqrt{n}}$
- Calcul de la matrice de l'image d'un vecteur par une application linéaire.
- Matrice de la composée de deux applications linéaires.
- Si u est de rang r , alors il existe des bases dans lesquelles sa matrice est J_r .
- Si $u \in \mathcal{L}(E)$ est nilpotente, alors il existe $a \in E$ tel que $(u^i(a))_{0 \leq i \leq p-1}$ soit une base de E .

Remarques

- On insistera sur la maîtrise du cours (énoncés précis sans rien oublier) et les réflexes de méthodes (l'entraînement doit être très visible).
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.