

# Programme de colle 30 : du 08/06 au 12/06

## Groupe symétrique

- Ordre d'un élément dans un groupe, groupe engendré par une partie.
- Permutations d'un ensemble fini, de  $\llbracket 1, n \rrbracket$ .
- Support d'une permutation.
- Cycles, transpositions.
- Décomposition d'une permutation en produit de cycles à supports disjoints, en produit de transpositions.
- Signature : définition par les inversions, formule produit, propriété de morphisme. Signature d'un cycle.
- Groupe alterné, cardinal.

Exercices abordés dans le TD C6 : 2, 3, 4, 5, 7.

## Variations aléatoires

- Variable aléatoire, loi, système complet d'événements élémentaires.
- Variables aléatoires réelles, espérance, variance, formule de Koenig-Huygens, écart-type.
- Propriétés : linéarité de l'espérance, stricte positivité de la variance...
- VAR image par une fonction, formule de transfert.
- Lois usuelles : certaine, uniforme, Bernoulli, binomiale. Espérance et variance.
- Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev.
- Couples de variables aléatoires : indépendance, loi conjointe, loi marginale.
- $n$ -uplets de variables aléatoires : mutuelle indépendance.

Exercices abordés dans le TD E3 : 1, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12.

## Questions de cours

- Étant donné  $g$  élément d'ordre  $p$  d'un groupe,  $g^n = e \Leftrightarrow p|n$ .
- Tout élément de  $S_n$  est produit d'au plus  $n - 1$  transpositions.
- La signature est un morphisme de groupes (en admettant le lemme technique ou, en version difficile, avec la démonstration de la formule produit de la signature).
- Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchbychev.
- Inégalité de Cauchy-Schwarz pour la covariance.
- Soit  $Y$  une VAR à valeurs dans  $\llbracket 0, n \rrbracket$ . Montrer que  $\mathbb{E}(Y) = \sum_{k=1}^n P(Y \geq k)$ .

## Remarques

- Cette année, les probabilités restent dans le cadre d'un univers fini.
- On insistera sur la maîtrise du cours (énoncés précis sans rien oublier) et les réflexes de méthodes (l'entraînement doit être très visible).
- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.

## Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.