

# Programme de colle 31 : indicatif

## Intégration sur un segment

- Fonctions uniformément continues, lipschitziennes, conditions suffisantes, théorème de Heine.
- Fonctions continues par morceaux, en escalier.
- Norme infinie, convergence uniforme, théorème d'approximation uniforme par des fonctions en escalier.
- Construction de l'intégrale de Riemann, propriétés de l'intégrale.
- Sommes de Riemann.

Exercices abordés dans le TD B9 : 2, 6, 7, 8.

## Déterminant

- Applications multilinéaires, alternées, antisymétriques, équivalence de ces deux dernières notions.
- Déterminant d'une famille de vecteurs, changement de base, caractérisation d'une base, interprétations géométriques en dimensions 2, 3.
- Déterminant d'une matrice, propriétés, invariance par transposition, similitude. Caractérisation de l'inversibilité.
- Techniques de calcul : matrices diagonales, triangulaires, triangulaires par blocs, développement par rapport à une ligne/colonne.
- Caractérisation de l'inversibilité, comatrice, formule de l'inverse.
- Déterminant d'un endomorphisme, d'une composée, d'un inverse.

Exercices abordés dans le TD D6 : 2, 3, 7, 8, 9, 11, 19.

## Questions de cours

- Théorème de Heine.
- Convergence des sommes de Riemann dans le cas continu.
- Calcul de  $I_{p,q} = \int_0^1 t^p(1-t)^q dt$ .
- Équivalence entre formes  $n$ -linéaires antisymétriques et alternées.
- Le déterminant est un morphisme de groupes de  $GL_n(\mathbb{K})$  dans  $\mathbb{K}^*$ .
- Déterminant d'une transposée.
- Caractérisation de l'inversibilité d'une matrice et formule de l'inverse à l'aide de la comatrice.

## Remarques

- En plus du savoir-faire, il est important de savoir énoncer les définitions des notions ou les théorèmes employés.