

Programme de colle 6 : du 02/11 au 06/11

Fonctions réelles

- Généralités, fonctions majorées, minorées, bornées.
- Opérations (dont la composition).
- Parité, périodicité, réduction de l'intervalle d'étude en conséquence, transformations simples.
- Limites : opérations, gendarmes, croissances comparées.
- Dérivabilité : définition, tangente, dérivée, opérations, variations, extrema.
- Construction et propriétés de la fonction exp.
- Fonctions, limites et dérivées usuelles : exp, ln, logarithmes binaire et décimal, puissances, ch, sh. (avec les plus élémentaires propriétés de trigonométrie hyperbolique).
- Bijection réciproque : définition, dérivabilité, dérivée. Exemples : études complètes de exp et ln, puis de Arcsin, Arccos, Arctan.

Exercices abordés dans le TD B1 : 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 13, 14, 24, 25, 31.

Nombres complexes

- Forme algébrique, module conjugué, opérations, inégalité triangulaire.
- Racines carrées d'un nombre complexe, résolution d'équations du second degré.
- Exponentielle complexe, formules d'Euler et de De Moivre.
- Formes trigonométrique et exponentielle, argument, opérations.
- Interprétations géométriques (module, argument d'un complexe, de $z_B - z_A$, de $\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}$).
- Racines de l'unité : définition, expression, somme.
- Similitudes directes : interprétations géométriques de $z \mapsto \bar{z}$ et $z \mapsto az + b$ avec $a, b \in \mathbb{C}$. Représentation complexe d'une homothétie, d'une rotation (ou de la composée des deux).

Exercices abordés dans le TD A4 : 1, 5, 8, 10, 12, 14, 16, 17, 18, 19.

Questions de cours

- Unicité de la fonction exp.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$ puis $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$.
- Étude complète (définition, dérivabilité, dérivée avec démonstration) de la fonction ln.
- Étude complète (définition, dérivabilité, dérivée avec démonstration) d'une fonction trigonométrique réciproque.
- Inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$ (avec dém.).
- Module et argument de $1 + e^{it}$.
- Linéarisation d'un $\cos^n(x)$ ou $\sin^n(x)$.
- Expression d'un $\cos(nx)$ ou $\sin(nx)$ en fonction de $\cos(x)$ ou $\sin(x)$.
- Définition, expression et somme (avec dém.) des racines n -ièmes de l'unité.

Remarques

- Les deux dernières semaines ont été faites en asynchrone, on reposera les points de cours mal acquis si nécessaire.

Recommandations générales

La colle commencera par une question de cours. On vérifiera également au fil des exercices que le cours est maîtrisé. Si c'est le cas, la note finale est à deux chiffres. Sinon, impossible de dépasser 10.