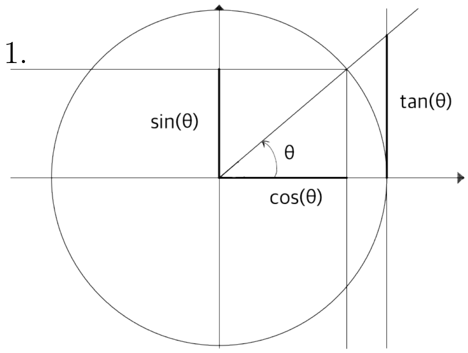
1 Relations fondamentales de trigonométrie

Pour tout réel θ, on lit les valeurs de son sinus, de son cosinus et de sa tangente sur le cercle trigonométrique de rayon égal à 1.



Grâce au théorème de Pythagore, on retrouve : $\cos^2(\theta)+\sin^2(\theta)=1$.
On rappelle pour tout $\theta \in \mathbb{R}\backslash\{\frac{\pi}{2}+\pi\mathbb{Z}\}$ on a :

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

et la formule :

$$\forall\theta \in \mathbb{R}\backslash\{\frac{\pi}{2}+\pi\mathbb{Z}\},\ \ 1+\tan^2(\theta)=\frac{1}{\cos^2(\theta)}.$$

2 Approximations et fonctions dérivées

En physique, on se contentera de dire que lorsque $\theta \ll 1$, alors : $\sin(\theta)\simeq\theta$, $\tan(\theta)\simeq\theta$ et $\cos(\theta)\simeq 1$.

D'autre part : $\sin'(\theta)=\cos(\theta)$, $\cos'(\theta)=-\sin(\theta)$ et $\tan'(\theta)=1+\tan^2(\theta)=\cos^{-2}(\theta)$.
Pour sinus et cosinus, on dit que leurs dérivées correspond à un *déphasage* de $+\pi/2$ (*cf* 2e tableau ci-dessous).

3 Arcs remarquables et arcs associés

Voici quelques valeurs remarquables :

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	/

Les relations suivantes s'obtiennent en regardant le cercle trigonométrique à condition de savoir placer $-\theta$, $\pi-\theta$, $\pi+\theta$, $\frac{\pi}{2}-\theta$ et $\frac{\pi}{2}+\theta$ en fonction de θ.

$\cos(-\theta)=\cos\theta$	$\sin(-\theta)=-\sin\theta$	$\tan(-\theta)=-\tan\theta$
$\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$	$\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$	$\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta$
$\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$	$\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$	$\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$
$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$	$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$	$\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\frac{1}{\tan\theta}$
$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$	$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$	$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\frac{1}{\tan\theta}$

4 Formulaire de trigonométrie

Formules d'addition	$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$ $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$ $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$ $\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$
Formules de duplication	$\cos(2a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a)$ $\sin(2a) = 2\sin a \cos a$ $\tan(2a) = \dfrac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}$
Transformation des sommes en produits	$\cos p + \cos q = 2\cos\left(\dfrac{p+q}{2}\right)\cos\left(\dfrac{p-q}{2}\right)$ $\cos p - \cos q = -2\sin\left(\dfrac{p+q}{2}\right)\sin\left(\dfrac{p-q}{2}\right)$ $\sin p + \sin q = 2\sin\left(\dfrac{p+q}{2}\right)\cos\left(\dfrac{p-q}{2}\right)$ $\sin p - \sin q = 2\sin\left(\dfrac{p-q}{2}\right)\cos\left(\dfrac{p+q}{2}\right)$
Transformation des produits en sommes	$\cos(a)\cos(b) = \dfrac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$ $\sin(a)\sin(b) = \dfrac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$ $\sin(a)\cos(b) = \dfrac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$
Passage à l'angle moité $t = \tan\dfrac{\theta}{2}$	$\cos\theta = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$ $\sin\theta = \dfrac{2t}{1+t^2}$ $\tan\theta = \dfrac{2t}{1-t^2}$
Formules d'Euler	$\cos x = \dfrac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}$ $\sin x = \dfrac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}$

Remarque 4.0.1 *Les formules de duplications s'utilisent aussi souvent en physique sous la forme* $\cos^2(a) = \dfrac{\cos(2a)+1}{2}$ *et* $\sin^2(a) = \dfrac{1-\cos(2a)}{2}$