Lentilles minces dans les conditions de Gauss
Cours

Plan du cours

1. Formation d'images par un système optique : exemple du miroir 1
2. Propriétés des systèmes optiques 2
2.1. Systèmes optiques centrés 2
2.2. Stigmatisme et conditions de Gauss 3
2.3. Algébrisation des distances et orientation des angles 3
3. Lentilles minces dans les conditions de Gauss 4
3.1. Modèle de la lentille mince 4
3.2. Méthodes de construction 4
3.3. Grandissement transversal et relations de conjugaison 6
4. Systèmes optiques modélisable par une seule lentille 6
4.1. L'œil 6
4.2. L'appareil photo 7
5. Systèmes optiques modélisable par deux lentilles 8
5.1. Vergence de deux lentilles minces accolées 8
5.2. Objectif et oculaire 8
5.3. La lunette astronomique (système afocal) 8
5.4. Le microscope 9

1. Formation d'images par un système optique : exemple du miroir

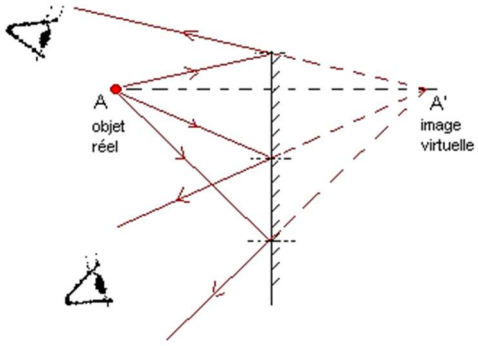
Un miroir plan est constitué d'une surface plane recouverte d'un métal (aluminium...) qui réfléchit totalement la lumière visible.

Méthode : Déterminer l'image d'un point A par un miroir plan

Prenons un point lumineux A situé devant le miroir.

- Tracer au moins 2 rayons incidents se réfléchissant sur le miroir en suivant les lois de Snell-Descartes pour la réflexion.
- Prolonger derrière le miroir les rayons réfléchis en traits pointillés (ce ne sont pas de vrais rayons lumineux mais des ***rayons virtuels***).
- Déterminer le point d'intersection A' des rayons virtuels : il s'agit de l'image du point A.

Les rayons semblent provenir de A', mais le point A' n'émet pas vraiment de lumière : on dit que l'image est ***virtuelle***.



Définition : Propriétés de l'image d'un objet réel par un miroir

- L'image A' de A par un miroir plan est son symétrique par rapport au plan du miroir.
- On ne peut pas recueillir l'image A' directement sur un écran : cette image d'un objet réel par le miroir est ***virtuelle***.

2. Propriétés des systèmes optiques

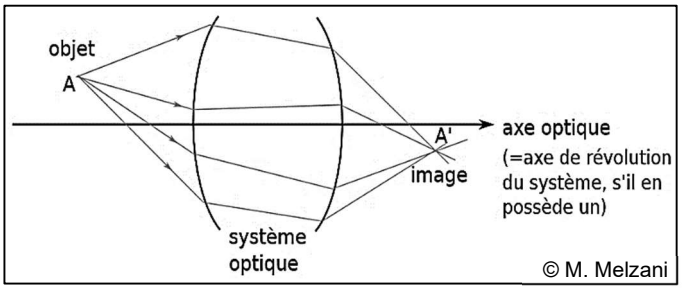
2.1. Systèmes optiques centrés

Définition : Système optique

Un ***système optique*** est un ensemble de milieux transparents séparés par des surfaces réfractantes ou réfléchissantes (généralement des lentilles et des miroirs) qui modifient la trajectoire des rayons lumineux.
Son rôle est de donner l'***image*** d'un ***objet*** :

$$\text{objet } A \xrightarrow{syst.opt.} \text{image } A'$$

A et *A'* sont dits ***conjugués***, ou ***points conjugués***, par le système optique.



Définition : Système optique centré

C'est un système optique présentant un axe de symétrie de révolution Δ appelé ***axe optique*** du système.

Propriété : Pour des raisons de symétrie, un rayon incident arrivant le long de l'axe optique d'un système optique centré n'est pas dévié.

Définition : Objet

Objet ponctuel A : c'est le point d'intersection des ***rayons incidents*** (entrants) dans un système optique.

- Si les rayons partent effectivement du point A → ***objet réel***.
- Si l'intersection des rayons n'existe pas réellement → ***objet virtuel***.
- Si les rayons incidents sont parallèles entre eux → ***objet à l'infini***.

Un ensemble de points objet est appelé simplement ***objet***.

Un objet peut être une *source lumineuse primaire* (lampe, bougie) ou une ***source secondaire*** éclairée par une source primaire (diapositive rétroéclairée, sujet d'une photo).

Définition : Image

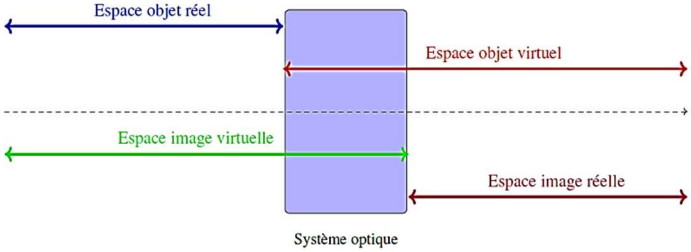
Image ponctuelle A' : c'est le point d'intersection des ***rayons émergeants*** (sortants) d'un système optique

- Si les rayons arrivent effectivement au point A′ → ***image réelle***.
  On peut placer un écran en A′ et voir l'image.
- Si les rayons n'arrivent pas réellement en A′ → ***image virtuelle***.
  On ne peut pas l'observer sur un écran placé en A′. Pour voir A′, il faut en faire l'image par un autre système optique.
- Si les rayons émergeants sont parallèles entre eux → ***image à l'infini***.

Un ensemble de points images est simplement appelé ***image***.

La notion d'objet et d'image est *subjective* : une image pour un premier système optique peut servir d'objet pour un second système optique.

En résumé :

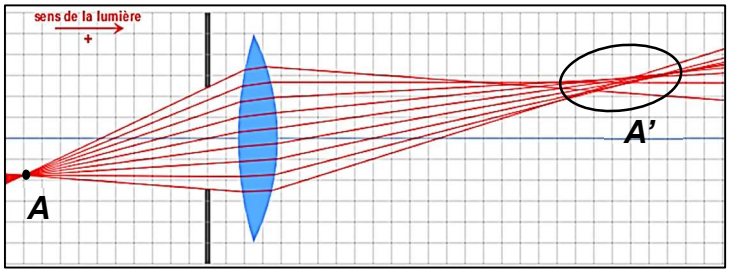


2.2. Stigmatisme et conditions de Gauss

2.2.1. Stigmatisme rigoureux

En général, l'image d'un objet ponctuel par un système optique réel ne donne pas une image ponctuelle mais plutôt une tache image. On dit qu'il est ***non stigmatique***.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/stigmatisme_lentille.php



Définition : Stigmatisme rigoureux

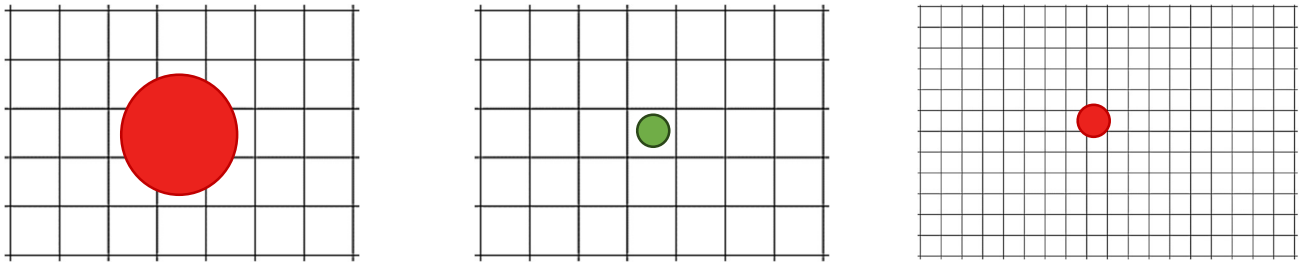
Un système optique est ***rigoureusement stigmatique*** si l'image d'un point est un point.

Remarque : Le seul système optique rigoureusement stigmatique est le miroir plan.

2.2.2. Stigmatisme approché

Définition : Stigmatisme approché

Un système est **approximativement stigmatique** quand la taille de la tache image est plus petite que la dimension d'un élément du capteur (pixel ; grain d'argent ; cellule de la rétine...).



non stigmatique ***approximativement stigmatique*** ***non stigmatique***

Pour obtenir un stigmatisme approché sur un système réel, il est nécessaire de contraindre la manière dont arrivent les rayons incidents. Ces contraintes sont appelées les conditions de Gauss.

Définition : Conditions de Gauss

Les ***conditions de Gauss*** sont des conditions expérimentales où les rayons utilisés sont paraxiaux :

- les rayons incidents frappent le système optique proche de son centre optique ;
- les rayons incidents arrivent peu inclinés par rapport à l'axe optique.

En pratique on utilise un ***diaphragme***.

Dans le cas des lentilles étudiées dans la prochaine section, les conditions de Gauss permettent également de s'assurer que le système optique est ***aplanétique***, c'est-à-dire que l'image d'un objet perpendiculaire à l'axe optique (l'axe de symétrie du système) est elle aussi perpendiculaire à ce dernier.

2.3. Algébrisation des distances et orientation des angles

Méthode : Longueurs algébriques et angles orientés

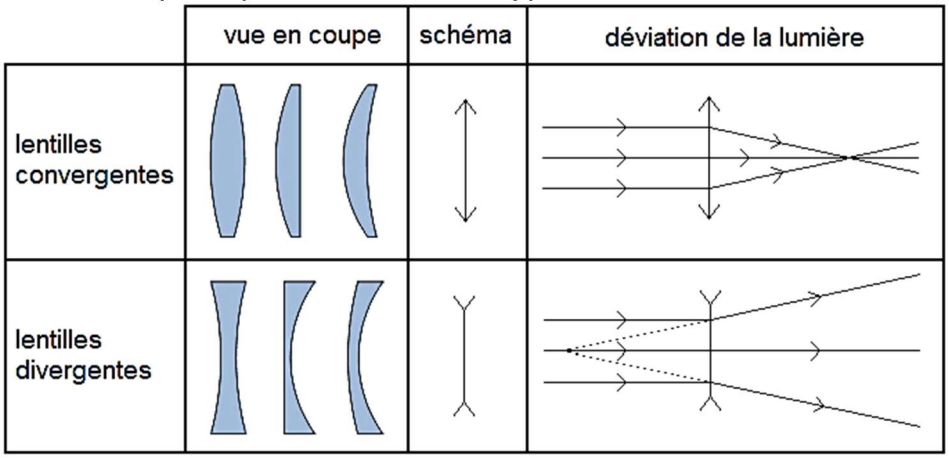
En optique, on utilise les longueurs algébriques, notées avec une barre au-dessus ($\overline{OA}$) qui renseignent sur la distance (au sens habituel) qui sépare les deux points, et sur le sens dans lequel est mesurée la distance. On a $\overline{OA} = -\overline{A0}$.

Convention d'orientation : Le long de l'axe optique, les longueurs sont comptées positivement dans le sens de propagation de la lumière incidente ; perpendiculairement, les longueurs sont comptées positivement vers le haut. Les angles sont comptés positivement dans le sens trigonométrique.

3. Lentilles minces dans les conditions de Gauss

3.1. Modèle de la lentille mince

On utilise des lentilles sphériques, de différents types :



Définition : Points remarquables d'une lentille mince

On parle de ***lentille mince*** si son épaisseur est très inférieure à son diamètre.
Lorsque c'est le cas, et dans les conditions de Gauss, on peut démontrer (avec les lois de Snell-Descartes) qu'il existe des points O, F et F' avec les propriétés suivantes :

- O est le ***centre optique***, milieu de la lentille.
  Tout rayon passant par O n'est pas dévié.
- F' est le ***foyer (principal) image***.
  Tout rayon entrant parallèle à l'axe optique émerge en passant par F'.
- F est le ***foyer (principal) objet***.
  Tout rayon entrant passant par F émerge parallèle à l'axe optique.

F et F' sont sur l'axe optique et symétriques par rapport à O.

Définition : Distance focale

La ***distance focale***, notée f' est la grandeur algébrique $\overline{OF'}$ entre le centre O de la lentille mince et son foyer image F'. Elle s'exprime en mètre (m).

- Pour une lentille mince *convergente*, le foyer image est situé *après* la lentille : $f' = \overline{OF'} > 0$
- Pour une lentille mince *divergente*, le foyer image est situé *avant* la lentille : $f' = \overline{OF'} < 0$

Remarque : Le foyer objet se situe à égale distance du centre que le foyer image, de façon à avoir :

$$\overline{OF} = -\overline{OF'} = -f'$$

Définition : Vergence

La ***vergence*** V est définie par :

$$V = \frac{1}{f'}$$

Elle s'exprime en dioptries (δ) ou (m^{-1})

3.2. Méthodes de construction

Définition : Trois rayons particuliers à connaitre

- Le rayon passant par le centre O de la lentille n'est pas dévié.
- Tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge de la lentille en passant par le foyer principal image F'.
- Tout rayon incident passant par le foyer principal objet F émerge parallèle à l'axe optique.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/construction_lentille.php

Méthode : Réaliser une construction optique

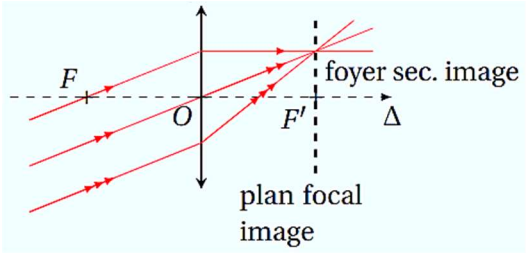
- Tracer les rayons à la règle et utilise une couleur par rayon ;
- Flécher les rayons ;
- Tracer en trait plein les rayons réels, en pointillés leurs prolongements ;

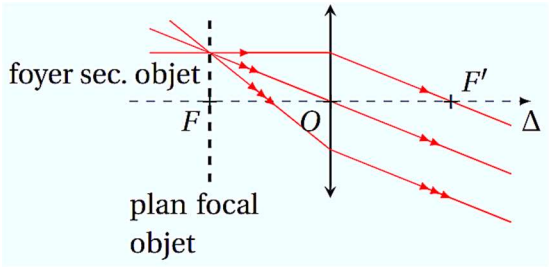
Si ***on cherche l'image*** $\boldsymbol{A'B'}$ d'un objet $\boldsymbol{AB}$ perpendiculaire à l'axe optique (Δ) :

1. Orienter l'objet avec une flèche, afin de comparer son sens avec l'image
2. Tracer d'abord les trois rayons incidents passant par le point objet B ;
3. Déterminer ensuite les rayons émergents, leur intersection donne le point image B' ;
4. Construire le projeté A′ de B′ sur (Δ) ;

Si ***on cherche l'antécédent*** $\boldsymbol{AB}$ d'une image $\boldsymbol{A'B'}$ perpendiculaire à l'axe optique (Δ) :

1. Orienter l'image avec une flèche, afin de comparer son sens avec l'antécédent ;
2. Tracer d'abord les trois rayons émergents passant par le point image B' ;
3. Déterminer ensuite les rayons incidents, leur intersection donne le point objet B ;
4. Construire le projeté A de B sur (Δ) ;





Définition : Foyers secondaires

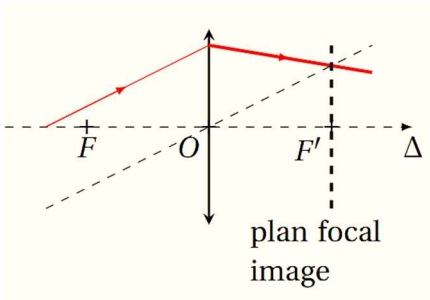
- On appelle ***foyer secondaire image*** l'image d'un point situé à l'infini en dehors de l'axe optique.
- On appelle ***foyer secondaire objet*** l'antécédent d'un point situé à l'infini en dehors de l'axe optique.

Dans les conditions de Gauss, les lentilles sont aplanétiques :

- L'ensemble des foyers secondaires images définissent un plan perpendiculaire à l'axe optique, passant par le foyer principal image $\boldsymbol{F'}$, appelé ***plan focal image***.
- L'ensemble des foyers secondaires objets définissent un plan perpendiculaire à l'axe optique, passant par le foyer principal objet $\boldsymbol{F}$, appelé ***plan focal objet***.

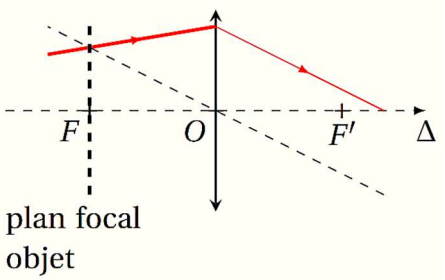
Méthode : Construire le cheminement d'un rayon incident quelconque

1. Tracer en pointillés le rayon auxiliaire, parallèle au rayon incident, et passant par O ;
2. Tracer en pointillés le plan focal image ;
3. Repérer l'intersection du rayon auxiliaire avec le plan focal image, c'est un ***foyer secondaire image*** ;
4. Tracer le rayon émergent, en le faisant passé par le foyer secondaire image.



Méthode : Construire le cheminement d'un rayon émergent quelconque

1. Tracer en pointillés le rayon auxiliaire, parallèle au rayon émergent, et passant par O ;
2. Tracer en pointillés le plan focal objet ;
3. Repérer l'intersection du rayon auxiliaire avec le plan focal objet, c'est un ***foyer secondaire objet*** ;
4. Tracer le rayon incident, en le faisant passé par le foyer secondaire objet.

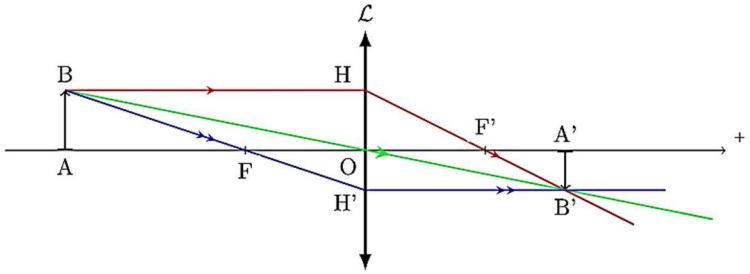


3.3. Grandissement transversal et relations de conjugaison

Définition : Grandissement transversal

Soit un objet $\boldsymbol{AB}$ et $\boldsymbol{A'B'}$ son image à travers une lentille. On définit le grandissement transversal $\boldsymbol{\gamma_t}$ comme étant le rapport entre la taille de l'image $\boldsymbol{A'B'}$ et celle de son antécédent $\boldsymbol{AB}$

$$\boldsymbol{\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}}$$



- Si $\gamma_t > 0$, objet et image sont dans le même sens. On parle d'***image droite***.
- Si $\gamma_t < 0$, objet et image sont dans des sens opposés. On parle d'***image renversée***.
- Si $|\gamma_t| > 1$, l'image est plus grande que l'objet. Elle est ***agrandie***.
- Si $|\gamma_t| < 1$, l'image est plus petite que l'objet. Elle est ***rétrécie***.

Relations à savoir exploiter : Grandissement transversal

➢ **Relation de grandissement transversal de Descartes** (origine en O) **:**

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

➢ **Relation de grandissement transversal de Newton** (origines aux foyers) **:**

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

La relation algébrique liant les positions de $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{A'}$ est appelée « relation de conjugaison ». On peut l'exprimer soit en fonction de la position du centre $\boldsymbol{O}$ de la lentille, soit en fonction de la position des foyers principaux $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{F'}$.

Relations à savoir exploiter : Relations de conjugaison

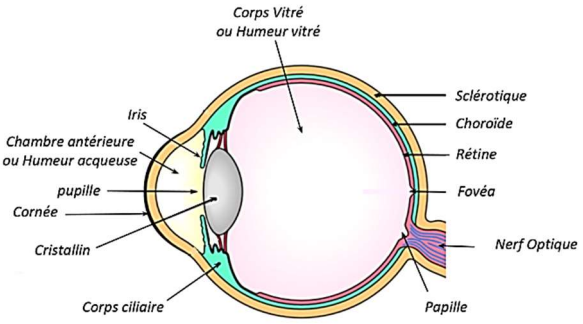
➢ ***Relation de conjugaison de Descartes*** (origine en O) **:** $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$

➢ ***Relation de conjugaison de Newton*** (origines aux foyers) : $\overline{FA}\,.\,\overline{F'A'} = -f'^2$

4. Systèmes optiques modélisable par une seule lentille

4.1. L'œil

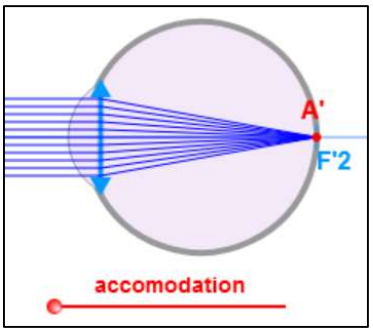
L'œil a une forme sphérique (diamètre de 2,4 cm).
Il est constitué entre autres :



- d'un ***iris***, percé d'une pupille, dont le diamètre variant de 2 mm à 8 mm diaphragme le faisceau entrant pour s'adapter à la luminosité ambiante ;
- d'une lentille convergente appelé ***cristallin***, de vergence variable autour de 60 δ permettant l'accommodation ;
- d'une ***rétine*** constituée de cellules sensibles à la lumière jouant le rôle d'écran ;
- d'un ***nerf optique***, qui avec la rétine, code l'image en influx nerveux, et l'envoie vers le cerveau ;

Définition : Modèle de l'œil

- L'œil peut être modélisé en première approximation par une ***lentille mince convergente*** (le cristallin) de distance focale variable d'environ f' = 17 mm et un ***écran*** (la rétine) à distance fixe d = 17 mm de la lentille.
- La vergence du cristallin peut être modifiée grâce à des muscles qui modifient la courbure de celui-ci : c'est le mécanisme d'**accommodation** qui permet de faire la « mise au point » (image sur la rétine).
- En absence d'accommodation, l'œil est dit au repos et un objet à l'infini donne une image sur la rétine.



http://proftr.fr/AccesLibre/Simulateurs_en_ligne/simulOPTIQUE/simulOPTIQUE.html

Définition : Plage d'accommodation

L'œil ne voit net que lorsque l'image se forme sur la rétine.

- Au repos, l'œil n'accommode pas. Il voit net à une distance correspondant au ***punctum remotum*** (PR). Pour un œil emmétrope (sain), le PP est à l'infini.
- Lorsque l'objet se rapproche, l'œil doit ***accommoder***, ***augmenter sa vergence***, pour continuer à former l'image sur la rétine.
- La plus courte distance, notée d_m, à laquelle l'oeil voit nette correspond au ***punctum proximum*** (PP). Pour un œil emmétrope, le PP est à environ 25 cm.

Remarques :

- Un ***œil myope*** est « trop long » ou « trop convergent » : le PR est proche et les objets éloignés sont flous.
- Un ***œil hypermétrope*** est « trop court » ou « pas assez convergent » : cela peut être compensé par l'accommodation mais l'œil n'est jamais au repos → Fatigue oculaire.
- Avec l'âge, le phénomène d'accommodation est moins efficace et le PP recule : c'est la ***presbytie***.

Définition : Limite de résolution angulaire

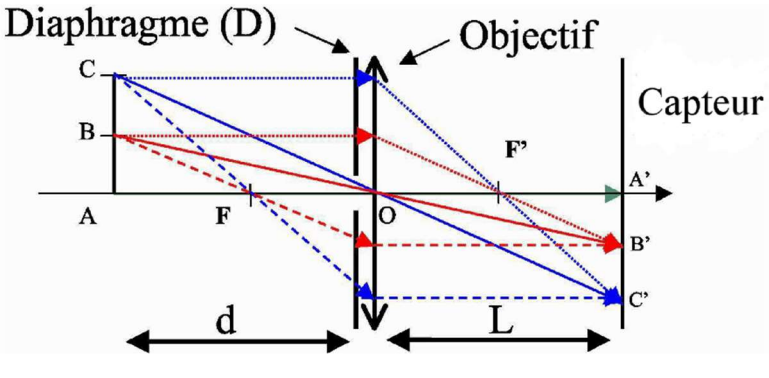
Dans de bonnes conditions d'éclairement, l'œil distingue des détails d'environ 1' d'arc (1 minute d'arc = 1/60ème de degré), ce qui constitue la limite de résolution angulaire ou pouvoir séparateur de l'œil.

4.2. L'appareil photo

Définition : Modèle simple de l'appareil photo numérique

L'appareil photo numérique (APN) est modélisable par :

- un objectif, assimilable à une lentille convergente de distance focale f' ;
- un diaphragme circulaire de diamètre D qui limite l'étendue du faisceau lumineux admis dans l'appareil ;
- un capteur photosensible constitué de pixels de taille caractéristique e (capteur CCD ou CMOS).



On ajuste la distance L pour la mise au point : la lentille est déplacée pour qu'une image nette de l'objet photographié se forme sur le capteur.

Définition : Profondeur de champ

Lorsque la mise au point est effectuée sur un objet A, il y a une certaine zone devant et derrière A qui sera nette sur la photographie. On parle de ***profondeur de champ*** pour qualifier l'étendue de cette zone.
Elle est plus grande si l'ouverture du diaphragme est réduite.

5. Systèmes optiques modélisable par deux lentilles

5.1. Vergence de deux lentilles minces accolées

Définition : Vergence équivalente

Deux lentilles minces sont dites ***accolées*** lorsqu'on les superpose de façon à ce que leurs centres optiques soient pratiquement confondus. On note V_1 et V_2 les vergences des lentilles.

Le système ainsi formé est équivalent à une lentille mince unique de vergence :

$$V = V_1 + V_2$$

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/doublet.php

5.2. Objectif et oculaire

Définition : Objectif

L'objectif est le premier élément de l'instrument d'optique qui reçoit les rayons lumineux émanant de l'objet observé, d'où son nom. Il peut être modélisé par une lentille.

Définition : Oculaire

L'oculaire est une lentille qui permet de projeter à l'infini l'image obtenue grâce à l'objectif. Ainsi l'œil n'aura pas besoin d'accommodation pour observer l'image de l'objet au travers du système optique. Il faut pour cela que l'image formée par l'objectif soit dans le ***plan focal objet*** de l'oculaire.

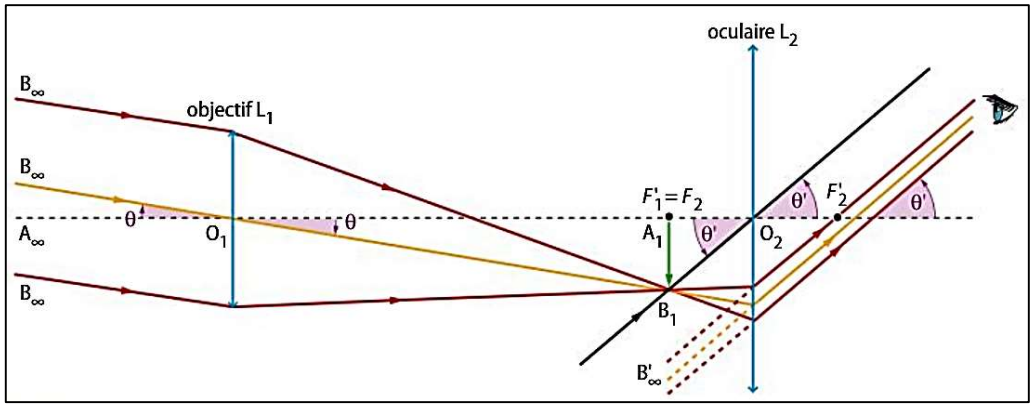
5.3. La lunette astronomique (système afocal)

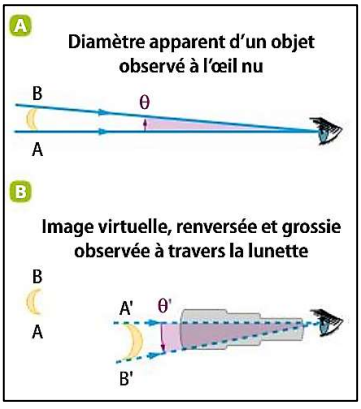
La lunette astronomique est un système destiné à donner une image grossie et plus lumineuse d'un objet à l'infini. L'image se situera à l'infini de façon à être observée sans fatigue par un œil normal.

Définition : Système optique afocal

Un instrument optique qui donne une image à l'infini d'un objet à l'infini, est qualifié d'***afocal***.

La lunette astronomique de Kepler peut se modéliser par deux lentilles convergentes : un objectif L_1 de focale $\boldsymbol{f_1}$, situé du côté de l'objet, et un oculaire L_2 de focale f_2 situé du côté de l'œil. En général l'objectif a une focale de l'ordre du mètre et un gros diamètre, tandis que l'oculaire a une focale de l'ordre du centimètre.





L'angle $\boldsymbol{\theta}$ sous lequel un astre est vu depuis le lieu d'observation est appelé ***diamètre apparent***.

Le grossissement $\boldsymbol{G}$ pour une lunette astronomique est défini comme le rapport entre le diamètre apparent $\boldsymbol{\theta'}$ de l'astre vu à travers la lunette et le diamètre apparent $\boldsymbol{\theta}$ de l'objet observé à l'œil nu :

$$\boldsymbol{G = \frac{\theta'}{\theta}}$$

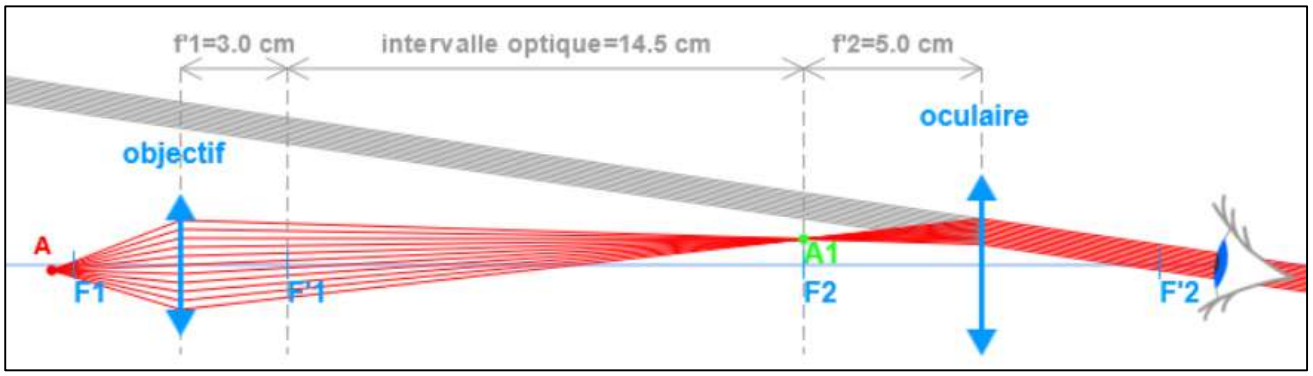
Pour la lunette de Kepler, $\boldsymbol{G}$ est négatif : l'image à travers la lunette est renversée.

5.4. Le microscope

Un microscope se compose essentiellement de deux systèmes convergents que l'on peut assimiler à deux lentilles minces :

- L'objectif, lentille très convergente (distance focale de l'ordre de quelques millimètres). L'objectif donne d'un très petit objet situé devant l'objectif une image réelle, renversée, très agrandie.
- L'oculaire, lentille convergente (distance focale de quelques centimètres).

L'objectif et l'oculaire sont centrés sur le même axe ; leurs centres optiques sont distants d'environ 15 à 20 cm. La distance entre le foyer image F'_1 de l'objectif est le foyer objet F_2 de l'oculaire est appelée intervalle optique. C'est une distance fixe : la mise au point se fait en déplaçant l'ensemble de l'instrument pour le rapprocher ou l'éloigner de l'objet.



https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/instruments/microscope.php

AU PROGRAMME

Notions et contenus	Capacités exigibles	Dans les exercices/le cours
Conditions de l'approximation de Gauss et applications		
Stigmatisme. Miroir plan.	Construire l'image d'un objet par un miroir plan.	
Conditions de l'approximation de Gauss.	Énoncer les conditions de l'approximation de Gauss et ses conséquences. Relier le stigmatisme approché aux caractéristiques d'un détecteur.	
Lentilles minces dans l'approximation de Gauss.	Définir les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence. Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux, identifier sa nature réelle ou virtuelle. Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal de Descartes et de Newton. Établir et utiliser la condition de formation de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.	
Modèles de quelques dispositifs optiques		
L'œil. Punctum proximum, punctum remotum.	Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur plan fixe. Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.	
L'appareil photographique.	Modéliser l'appareil photographique comme l'association d'une lentille et d'un capteur. Construire géométriquement la profondeur de champ pour un réglage donné. Étudier l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image.	