

Accordeur de guitare

A. Le signal

Q12: La valeur approximative de la moyenne du signal est de 10 mV.

Q13: Un motif élémentaire a une durée d'environ 3,1 ms.

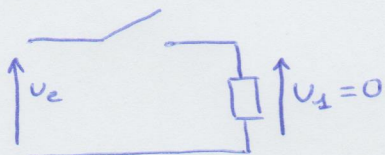
$$\Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3,1 \times 10^{-3}} = \underline{3,2 \times 10^2 \text{ Hz}}$$

Q14: La note la plus proche est le Mi aigu (329,6 Hz)

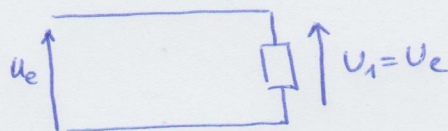
Q15: Ce signal est celui d'un son complexe (pas sinusoïdal):
le spectre présentera donc des harmoniques.

B. Filtrage du 1^{er} ordre:

Q16: Basses Fréquences:



Hautes Fréquences:



c'est un filtre passe-haut

Q17: $H_1(j\omega) = \frac{u_1}{u_e}$. En utilisant un pont-diviseur de tension, on a:

$$H_1(j\omega) = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{jC_1\omega}} = \frac{jR_1C_1\omega}{1 + jR_1C_1\omega}$$

Q18: Si $\omega \rightarrow 0$, $H_1(j\omega) \rightarrow 0$
Si $\omega \rightarrow \infty$, $H_1(j\omega) \rightarrow 1$ } c'est bien un filtre passe-haut.

On peut écrire:

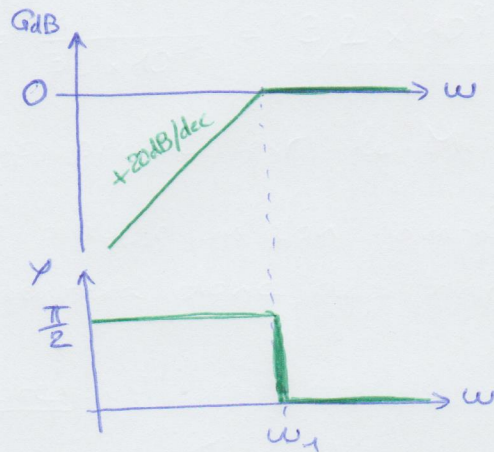
$$H_1(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}$$

$$\text{avec } \omega_1 = \frac{1}{R_1C_1}$$

- La pulsation ω_1 permet de donner un repère pour définir le domaine des hautes fréquences et des basses fréquences pour ce filtre.
- Puisque le filtre est du 1^{er} ordre, c'est aussi la pulsation de coupure.

Q19 : $\frac{HF}{(\omega \gg \omega_1)}$: $H_{1HF}(j\omega) = 1 \rightarrow \begin{cases} G_{dB, HF} = 20 \log(1) = 0 \text{ dB} \\ \varphi_{HF} = \arg(1) = 0 \end{cases}$

$\frac{BF}{(\omega \ll \omega_1)}$: $H_{1BF}(j\omega) = j \frac{\omega}{\omega_1} \rightarrow \begin{cases} G_{dB, BF} = \overbrace{20 \log(\omega) - 20 \log(\omega_1)}^{\text{pente à } +20 \text{ dB/dec}} \\ \varphi_{BF} = \arg(j \frac{\omega}{\omega_1}) = +\frac{\pi}{2} \end{cases}$



Q20 $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \cdot R_1 \cdot C_1} = \underline{15,9 \text{ Hz}}$

Ce filtre sert principalement à retirer la moyenne du signal (associée à une fréquence nulle).

C. Extraction du fondamentale

Q21 : Ce filtre atténue les basses fréquences et les hautes fréquences sans atténuer le signal autour de la fréquence centrale qui vaut 329,6 Hz (pour récupérer le Mi aigu). C'est donc un filtre passe-bande.

Q22 : La bande passante est l'ensemble des fréquences pour lesquelles

$$G > \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow G_{dB} > G_{dB, \max} - 3 \text{ dB}$$

Pour ce filtre la bande passante vaut : $BP = [320 \text{ Hz}, 338 \text{ Hz}]$

Q23 : • Pour $f_{c0} = 315 \text{ Hz}$, $G_{dB}(f_{c0}) = -6 \text{ dB}$ (lecture sur figure 4b)

$$\hookrightarrow G(f_{c0}) = 10^{-\frac{6}{20}} = 0,5$$

\Rightarrow l'amplitude du signal à $f_{c0} = 315 \text{ Hz}$ est divisée par 2.

• Pour $3f_{c0} = 315 \times 3 = 945 \text{ Hz}$, $G_{dB} \approx -35 \text{ dB}$ (lecture sur figure 4a)

$$\hookrightarrow G(3f_{c0}) = 10^{-\frac{35}{20}} = 1,8 \times 10^{-2} \approx \frac{1}{56}$$

\Rightarrow l'amplitude de la 3^{ème} harmonique est divisée par 56.

D. Analyse spectrale

Q24 : Sur le spectre : • Amplitude du pic à 0 Hz = 10 mV

↳ valeur moyenne de 10 mV ⇒ cohérent avec la figure 2.

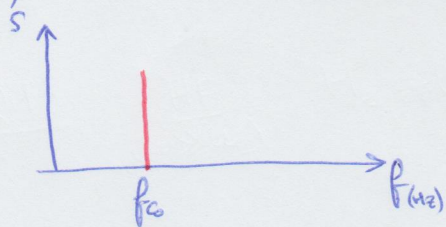
• Fréquence fondamentale ≈ 300 Hz ⇒ cohérent avec la (écart minimal entre les pics) figure 2.

• Présence d'harmoniques : signal complexe ⇒

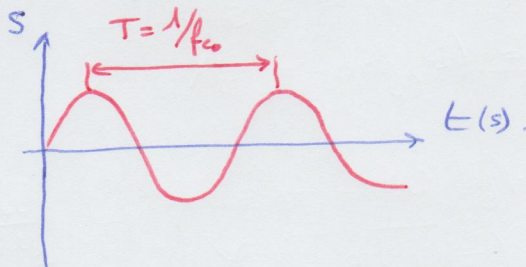
Q25 : Le filtre F_A est un passe-haut qui retire la valeur moyenne.

↳ En sortie de filtre on obtient le spectre (a) qui correspond à la figure 5 sans la composante continue (pic à $f=0$ Hz).

Q26 : En sortie du filtre F_b , on peut supposer que seule la composante à la fréquence fondamentale subsiste, les autres composantes ayant été très atténuées par le filtre passe-bande. On a alors :

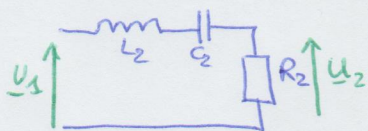


signal harmonique



E. Réalisation concrète du filtre (F_b)

RLC série



D'après le pont diviseur de tension :

$$H_2(j\omega) = \frac{u_2}{u_1} = \frac{R_2}{R_2 + jL_2\omega + \frac{1}{jC_2\omega}}$$

$$\Rightarrow H_2(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{L_2}{R_2}\omega + \frac{1}{jC_2R_2\omega}}$$

$$\Rightarrow H_2(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{L_2}{R_2}\omega - j\frac{1}{R_2C_2\omega}}$$

Par identification avec la forme proposée

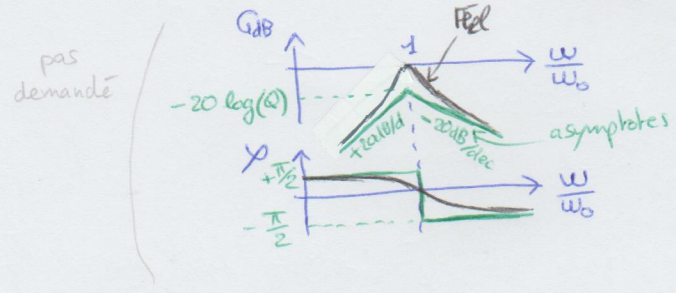
$$\boxed{H_0 = 1}, \quad \frac{L_2}{R_2} = \frac{Q}{\omega_0} \quad \text{et} \quad \frac{1}{R_2C_2} = Q \cdot \omega_0$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = \frac{1}{R_2} \sqrt{\frac{L_2}{C_2}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}}$$

Q28 RLC série : HF : $w \gg w_0$: $H_{2HF}(jw) = \frac{1}{jQ\frac{w}{w_0}} = -j\frac{w_0}{Qw}$ \rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} G_{dB, HF} = 20 \log\left(\frac{1}{Q}\right) - 20 \log\left(\frac{w}{w_0}\right) \\ \varphi_{HF} = \arg\left(-j\frac{w_0}{Qw}\right) = -\frac{\pi}{2} \end{array} \right.$ penche à -20dB/dec

BF : $w \ll w_0$: $H_{2BF}(jw) = \frac{1}{-jQ\frac{w_0}{w}} = j\frac{w}{Qw_0}$ \rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} G_{dB, BF} = 20 \log\left(\frac{1}{Q}\right) + 20 \log\left(\frac{w}{w_0}\right) \\ \varphi_{BF} = +\frac{\pi}{2} \end{array} \right.$ penche à +20dB/dec

A $w = w_0$: $H_2(jw_0) = 1$ \rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} G_{dB}(w_0) = 0 \\ \varphi(w_0) = 0 \end{array} \right.$ cohérent avec la figure 4.



Q29 RLC
 Méthode 1 : (figure 4a) : A $w = w_0$, les asymptotes se croisent en $-20 \cdot \log(Q)$.
 Sur le graphe, croisement à environ $-25 \text{ dB} \Rightarrow Q = 10^{\frac{25}{20}} = 18$.

Méthode 2 : $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$ avec la figure 4b : $Q = \frac{330}{38 - 320} = 18$.

Q30 : On veut $f_0 = f_{ac} = 329,6 \text{ Hz}$ (mi aigu). $\Rightarrow w_0 = 2\pi \cdot f_0$
 On a $Q = 18$.

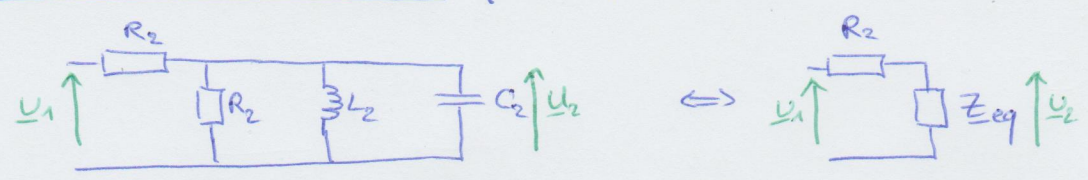
Or $\frac{L_2}{R_2} = \frac{Q}{w_0}$ et $\frac{1}{R_2 C_2} = Q w_0$
 $\Rightarrow L_2 = \frac{Q R_2}{w_0}$ et $C_2 = \frac{1}{R_2 Q w_0}$

Q31 : AN : $L_2 = \frac{18 \times 1,0 \times 10^3}{2\pi \cdot 329,6} = 8,7 \text{ H}$

$C_2 = \frac{1}{1,0 \times 10^3 \times 18 \times 2\pi \times 329,6} = 2,7 \times 10^{-8} \text{ F}$

E. Réalisation concrète du Filtre (version 2)

Q27



$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{R_2} + jC_2\omega + \frac{1}{jL_2\omega} \Rightarrow Z_{eq} = \frac{R_2 \cdot jL_2\omega}{R_2 + jL_2\omega - R_2C_2L_2\omega^2}$$

Pont diviseur de tension:

$$H_2(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_{eq}}{R_2 + Z_{eq}} = \frac{1}{\frac{R_2}{Z_{eq}} + 1} = \frac{1}{(1 + jC_2R_2\omega + \frac{R_2}{jL_2\omega}) + 1}$$

$$\hookrightarrow H_2(j\omega) = \frac{1/2}{1 + j \frac{C_2R_2\omega}{2} - j \frac{R_2}{2L_2\omega}}$$

En identifiant à la forme proposée:

$$H_0 = \frac{1}{2}; \quad \frac{Q}{\omega_0} = \frac{C_2R_2}{2}; \quad Q \cdot \omega_0 = \frac{R_2}{2L_2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{R_2}{2} \sqrt{\frac{C_2}{L_2}}$$

Q28:

HF $\omega \gg \omega_0$: $H_{2,HF}(j\omega) = \frac{H_0}{jQ\frac{\omega}{\omega_0}} = -j \frac{H_0\omega_0}{Q\omega} \rightarrow \begin{cases} G_{dB, HF} = -20 \log(Q) + 20 \log(H_0) - 20 \log(\frac{\omega}{\omega_0}) \\ \varphi_{HF} = \arg(-j) = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$

BF $\omega \ll \omega_0$: $H_{2,BF} = \frac{H_0}{-jQ\frac{\omega_0}{\omega}} = j \frac{H_0\omega}{Q\omega_0} \rightarrow \begin{cases} G_{dB, BF} = -20 \log(Q) + 20 \log(H_0) + 20 \log(\frac{\omega}{\omega_0}) \\ \varphi_{BF} = \arg(j) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

A $\omega = \omega_0$: $H_2(j\omega_0) = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} G_{dB}(\omega_0) = 20 \log(\frac{1}{2}) = -6 \text{ dB} \\ \varphi(\omega_0) = 0 \end{cases}$ pas cohérent dans ce cas.

Q29: $Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{330}{338-320} = 18$ avec le croisement des asymptotes on ne trouve pas la bonne valeur.

Q30: $L_2 = \frac{R_2}{2Q\omega_0}$ et $C_2 = \frac{2Q}{\omega_0 \cdot R_2}$

Avec $R_2 = 1000 \Omega$, $Q = 18$ et $\omega_0 = 2\pi \cdot 329,6$:

Q31: $L_2 = 1,3 \times 10^{-2} \text{ H}$ $C_2 = 1,7 \times 10^{-5} \text{ F}$