Solide en rotation
Travaux Dirigés

Méthodologie : Comment travailler les exercices ?

Avant la séance de TD :
- Sur une feuille de brouillon, avec un crayon à la main et le chapitre ouvert sous les yeux.
- Essayer des « trucs » même si cela n'aboutit pas.
- Faire des schémas complets et suffisamment grands.
- Ne rien écrire sur l'énoncé de TD afin de pouvoir refaire les exercices après la correction en classe.
- Réfléchir environ 10 à 15 min sur chaque exercice demandé. Si vous bloquez complètement sur une question/un exercice, passez à la suite au bout de 10 min, et me poser des questions.

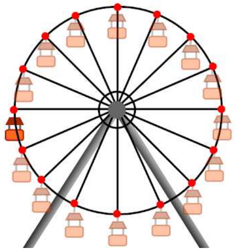
Après la séance de TD :
- Refaire les exercices corrigés ensemble, sans regarder le corrigé dans un premier temps.
- Une fois l'exercice terminé ou si vous êtes totalement bloqué, reprendre avec le corrigé.

En autonomie

Cahier d'entrainement : fiche n°13 (13.1 à 13.6 et 13.10 à 13.12).

Savoir-faire

Savoir-faire 1 - Reconnaître et décrire une translation



La grande roue a été inventée par l'ingénieur G. Ferris lors de l'exposition universelle de Chicago en 1893 pour rivaliser avec la Tour Eiffel construite lors de l'exposition universelle de 1889 à Paris. La grande roue de 1893 contenait 36 nacelles de 60 places chacune. On se place dans le référentiel $\mathcal{R}$ lié au sol.

Q1. Décrire le mouvement d'une nacelle.

Q2. Exprimer le vecteur vitesse $\vec{v}(O')/\mathcal{R}$ du point d'attache O' de la nacelle en fonction du rayon de la grande roue R et de sa vitesse de rotation ω.

Q3. Exprimer le vecteur vitesse $\vec{v}(P)/\mathcal{R}$ des pieds d'une personne assise dans la nacelle en fonction du rayon de la grande roue R et de sa vitesse de rotation ω.

Savoir-faire 2 - Etudier le pendule simple grâce au théorème du moment cinétique

On considère un pendule dont toute la masse est localisée au point M. Le fil reliant O à M est supposé inextensible et de masse négligeable. On note a sa longueur. On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le champ de pesanteur est $\vec{g} = -g.\overrightarrow{u_z}$ avec z axe vers le haut et g = 10 m.s^{-2} constante. On fera usage des coordonnées cylindriques.

Q1. Donner l'expression du moment cinétique de la masse par rapport à O, en fonction de a, $\dot{\theta}$, m et d'un vecteur bien choisi.

Q2. Donner l'expression du moment de chacune des forces s'exerçant sur la masse, par rapport à O.

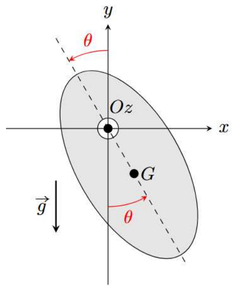
Q3. Rappeler l'énoncé du théorème du moment cinétique. L'appliquer au cas présent afin d'en déduire une équation du mouvement portant sur $\theta(t)$.

Q4. Faire une hypothèse qui permet de résoudre simplement cette équation. La résoudre.

On supposera qu'à $t = 0$ le pendule est en $\theta = 0°$ et qu'on lui communique une vitesse angulaire $\dot{\theta}_0$.

Q5. Que vaut la période des oscillations pour une masse de 1 kg et un fil de 1,0 m de long ?

Savoir-faire 3 - Etudier un pendule pesant grâce au théorème du moment cinétique



On considère le pendule pesant schématisé ci-contre, en rotation autour de l'axe fixe Oz horizontal. On note J son moment d'inertie par rapport à Oz et on pose $d = OG$.

Q1. Lister les actions mécaniques subies par le pendule, leur résultante et leur moment par rapport à l'axe Oz.

Q2. En déduire l'équation du mouvement par application du théorème du moment cinétique.

Q3. Peut-on retrouver cette équation par application du théorème de la résultante cinétique ? Quelle information donne ce théorème ?

Savoir-faire 4 - Etudier un pendule pesant grâce au théorème de la puissance cinétique

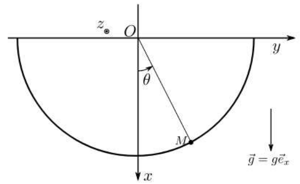
On considère le pendule pesant précédent.

Q1. Retrouver l'équation du mouvement par une méthode énergétique.

Exercices incontournables

Exercice 1 : Snowboard dans un half-pipe (★☆☆)

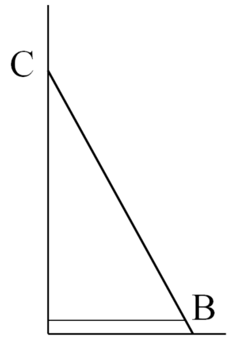
Pour simplifier, on considère que le snowboardeur se déplace sur un plan en coupe perpendiculaire à l'axe du half-pipe. On l'assimile à un point matériel de masse m, qui glisse sans frottement, et on considère que le half-pipe est un demi-cylindre de rayon R constant. Le snowboardeur démarre en $\theta = \pi/2$ avec une vitesse nulle.



Q1. En utilisant le théorème du moment cinétique, établir l'équation du mouvement portant sur l'angle θ (bilan des forces, expression des moments par rapport à un axe, expression du moment cinétique, TMC).

Q2. Peut-on la résoudre simplement ? Dans quel cas faudrait-il se placer et quelle serait alors la forme générale des solutions ?

Exercice 2 : Equilibre d'une échelle (★★☆)



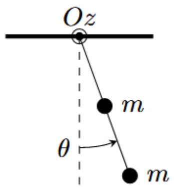
Un Une échelle de masse m et de longueur L est posée contre un mur. Un fil inextensible maintient, au point B, son extrémité inférieure (on confond B avec le point de contact de l'échelle sur le sol). On note α l'angle entre l'échelle et le sol et on néglige tous les frottements.

Q1. Détailler les forces subies par l'échelle. Préciser graphiquement leur sens et leur direction.

Q2. Quelle loi de la mécanique permet d'obtenir facilement l'expression de la réaction $\overrightarrow{R_C}$ du mur au point C. La donner en fonction de α, m et g.

Q3. En déduire la tension $\vec{T}$ du fil et la réaction $\overrightarrow{R_B}$ du sol sur l'échelle au point B.

Exercice 3 : Le pendule lesté (★☆☆)



On considère un pendule formé d'une tige rigide de longueur L sur laquelle sont fixées deux masses m identiques à distance $L/2$ et L du centre. On néglige le moment d'inertie de la tige.

Q1. Montrer que l'équation du mouvement s'écrit : $\ddot{\theta} + \frac{6g}{5L}.\sin(\theta) = 0$

Q2. Montrer que le centre de masse G du système se trouve à distance $3L/4$ de l'axe.

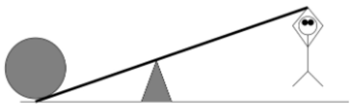
Q3. Est-il équivalent d'appliquer le théorème du moment cinétique (ou la loi de la quantité de mouvement) à un point matériel de masse $2m$ situé au centre de masse G ?

Exercices d'entrainement

Exercice 4 : Soulever un rocher (★☆☆)

Un enfant de 25 kg souhaite soulever un rocher de 200 kg.

Pour cela il utilise un levier constitué d'une tige de longueur L = 10 m et d'un support de hauteur h = 20 cm.



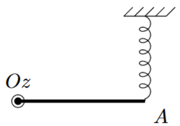
Q1. L'enfant se suspend au levier. Quelle doit être la distance entre lui et le support pour soulever le rocher ?

Q2. Quelle est la direction de la force à appliquer pour être le plus efficace ?

Exercice 5 : Barre fixée à ses extrémités (★★☆)

Considérons le système mécanique représenté ci-contre, constitué d'une barre de masse m, de longueur $OA = 2a$, libre de tourner sans frottement autour de l'axe Oz.

Son moment d'inertie par rapport à cet axe vaut $J_z = \frac{4}{3}.m.a^2$. Elle est attachée en A à un ressort de longueur à vide ℓ_0 et de raideur k. L'autre extrémité du ressort est fixe.

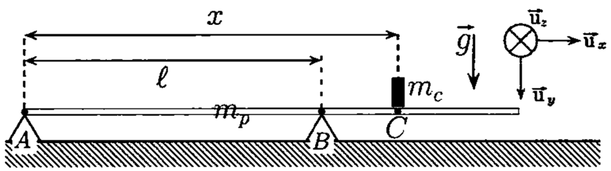


Q1. Dans la position d'équilibre, la barre est horizontale et le ressort vertical. Donner la longueur du ressort à l'équilibre en fonction de k et de ℓ_0.

Q2. La barre est légèrement écartée de sa position d'équilibre puis lâchée sans vitesse initiale. Déterminer la période des petites oscillations. Comme les angles sont très petits, on peut considérer que le point A se déplace verticalement.

Exercice 6 : Un marcheur sur une poutre (★★☆)

Une poutre de masse $m_p = 60\,kg$ et de longueur $L = 5\,m$ repose sur deux supports A et B séparés par une distance $\ell = 3\,m$. Un homme de masse $m_c = 80\,kg$ se déplace le long de la poutre en partant de son extrémité située à l'aplomb de A, il est repéré à chaque instant par le point C. Tous les contacts sont supposés ponctuels.
L'ensemble du dispositif est représenté sur la figure ci-dessous. Cette poutre est homogène et son centre d'inertie G est situé à la distance $L/2$ de A. Enfin, on prendra $L/\ell = 5/3$.

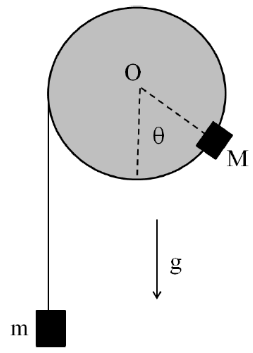


Q1. Exprimer la réaction du support A sur la poutre en fonction de x.

Q2. Calculer la distance maximale x_{max} à laquelle peut s'éloigner l'homme tout en conservant la poutre parfaitement horizontale.

Exercice 7 : Fil enroulé sur un disque (★★★)

Un disque D de rayon a est mobile sans frottement autour de son axe horizontal O. Soit J son mouvement d'inertie par rapport à son axe. Une masse M est fixée à la périphérie de D. $\vec{g}$ étant le champ de pesanteur, on pose : $\theta = (\vec{g};\overrightarrow{OM})$. Un fil inextensible et sans masse est enroulé sur D, une masse m pend à l'extrémité de ce fil.



Q1. Établir une équation différentielle du second ordre en θ relative au mouvement du système.

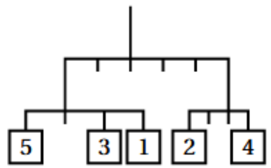
Q2. Déterminer les positions d'équilibre éventuelles du système.

Q3. Étudier la stabilité des positions d'équilibre trouvées précédemment et déterminer la pulsation des petites oscillations du système au voisinage de sa position d'équilibre stable.

Exercice 8 : Utilisation du bras de levier (★☆☆)

On dispose de masselottes de masses entières. Comment faut-il répartir les entiers consécutifs de 1 à 7 dans chaque balance pour qu'elles soient à l'équilibre ?

Exemple :



A vous de jouer :