

# Fondements de l'induction

## Travaux Dirigés

### Méthodologie : Comment travailler les exercices ?

#### Avant la séance de TD :

- Sur une feuille de brouillon, avec un crayon à la main et le chapitre ouvert sous les yeux.
- Essayer des « trucs » même si cela n'aboutit pas.
- Faire des schémas complets et suffisamment grands.
- Ne rien écrire sur l'énoncé de TD afin de pouvoir refaire les exercices après la correction en classe.
- Réfléchir environ 10 à 15 min sur chaque exercice demandé. Si vous bloquez complètement sur une question/un exercice, passez à la suite au bout de 10 min, et me poser des questions.

#### Après la séance de TD :

- Refaire les exercices corrigés ensemble, sans regarder le corrigé dans un premier temps.
- Une fois l'exercice terminé ou si vous êtes totalement bloqué, reprendre avec le corrigé.

### En autonomie

Cahier d'entraînement : fiche 16 : 16.4 à 16.6 (pas évident), fiche 17 : 17.1 à 17.9

### Savoir-faire

#### Savoir-faire 1 – Savoir déterminer le sens et l'intensité du courant induit.

Dans chacun des six cas suivants, donner le sens et calculer la valeur efficace du courant induit dans la spire d'axe ( $\Delta$ ) de surface  $10 \text{ cm}^2$  et de résistance  $0,5 \Omega$ .

**Cas 1 :** la spire est immobile dans un champ magnétique uniforme parallèle à son axe, d'amplitude  $0,1 \text{ T}$  et de fréquence  $50 \text{ Hz}$ .

**Cas 2 :** la spire est immobile dans un champ magnétique uniforme orthogonal à son axe, d'amplitude  $0,1 \text{ T}$  et de fréquence  $50 \text{ Hz}$ .

**Cas 3 :** la spire se déplace sans changer d'orientation avec une vitesse de  $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  parallèle à son axe dans un champ magnétique constant et uniforme de  $0,1 \text{ T}$ .

**Cas 4 :** la spire se déplace sans changer d'orientation avec une vitesse  $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  orthogonale à son axe dans un champ magnétique constant et uniforme de  $0,1 \text{ T}$ .

**Cas 5 :** la spire tourne avec une vitesse angulaire de  $5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  autour de son axe dans un champ magnétique constant et uniforme parallèle à son axe de  $0,1 \text{ T}$ .

**Cas 6 :** la spire tourne avec une vitesse angulaire de  $5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  autour d'un de ses diamètres dans un champ magnétique constant et uniforme parallèle à son axe de  $0,1 \text{ T}$ .

**Aide :** Lorsqu'une spire de surface  $S$  est en rotation à la vitesse angulaire constante  $\omega$  autour d'un axe ( $\Delta$ ) et plongée dans un champ magnétique  $\vec{B}$  constant, uniforme et orthogonal à ( $\Delta$ ), le flux du champ  $\vec{B}$  au travers de la spire est égal à  $\Phi = B \cdot S \cdot \cos(\omega \cdot t)$ .

### Savoir-faire 2 – Évaluer et citer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur

On considère le composant électronique "bobine", que l'on modélise comme un enroulement de  $N$  spires sur une longueur  $\ell$  d'axe  $z$ , avec un rayon  $a$ .

Lorsque cette bobine est parcourue par un courant  $i$ , il se crée un champ magnétique  $\vec{B}$  dont on donne l'expression  $\vec{B} = \mu_0 \cdot n \cdot i \cdot \vec{u}_z$ , avec  $n = N/\ell$  le nombre de spires par unité de longueur.

- Dessiner l'allure des lignes de champ dans la bobine.
- On considère une spire de la bobine. Donner son orientation sur un schéma (rappel : c'est le courant qui donne cette orientation).

Puis donner l'expression du flux  $\Phi_{1 \text{ spire}}$  de  $\vec{B}$  à travers cette spire.

- En déduire l'expression du flux propre de  $\vec{B}$  à travers toute la bobine.
- Rappeler la définition de l'inductance  $L$  d'un circuit, puis donner son expression pour la bobine en fonction de  $\mu_0$ ,  $n$ , et du volume  $V = \pi \cdot a^2 \cdot \ell$  de la bobine.
- A.N. pour  $\ell = 50 \text{ cm}$ ,  $a = 3,0 \text{ cm}$ ,  $N = 1000$  spires (et on donne  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ ).

### Savoir-faire 3 – Calculer un coefficient d'inductance mutuelle

Deux solénoïdes  $S_1$  et  $S_2$  de même axe ( $Oz$ ), de même longueur  $\ell$ , de nombre de spires  $N_1$  et  $N_2$  respectivement et de rayons  $r_1$  et  $r_2 > r_1$  sont emboîtés l'un dans l'autre.



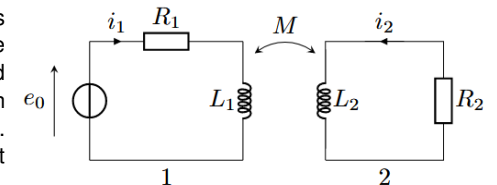
En première approximation, le champ magnétique produit à l'intérieur du solénoïde  $p$  ( $p = 1$  ou  $2$ ) est

$$\vec{B}_p = \mu_0 \cdot \frac{N_p}{\ell} \cdot i_p \cdot \vec{u}_z$$

- Déterminer l'expression de l'inductance propre  $L_1$  du solénoïde  $S_1$  puis l'expression de l'inductance propre  $L_2$  du solénoïde  $S_2$ .
- Calculer l'inductance mutuelle  $M$  du second solénoïde au travers du premier.
- Calculer l'inductance mutuelle  $M_0$  du premier solénoïde au travers du second. Commenter le résultat.
- Le rayon  $r_2$  étant fixé, comment choisir le rayon  $r_1$  pour maximiser l'inductance mutuelle ?

### Savoir-faire 4 – Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.

On considère deux circuits couplés magnétiquement. La constante de couplage est notée  $M$ . Attention, le signe de  $M$  dépend de l'orientation des courants  $i_1$  et  $i_2$ , et on conservera donc celle de la figure. L'inductance propre de chaque circuit est notée  $L_1$  et  $L_2$ .



- Établir les lois de comportement des deux bobines en tenant compte de l'induction mutuelle.
- En déduire le système d'équations différentielles couplées vérifié par les courants  $i_1$  et  $i_2$ .
- On se place en régime harmonique. Établir l'expression de l'impédance complexe apparente de la bobine  $L_1$  en présence du circuit 2.
- Établir le bilan de puissance du circuit en régime quelconque et interpréter chacun des termes.

**Exercices incontournables**

**Exercice 1 : Courant induit par un champ magnétique variable (★★★)**

Un circuit possède une surface  $S$  et une résistance  $R$ . Il est soumis à un champ magnétique  $\vec{B}$  uniforme mais non stationnaire tel que

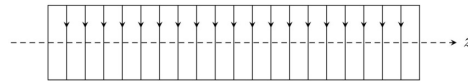
$$\vec{B} = \vec{0} \text{ pour } t < 0 \quad \text{et} \quad \vec{B} = B_0 \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) \vec{u}_z \text{ pour } t \geq 0$$

avec  $t$  une constante positive. Ce champ est perpendiculaire au circuit.

- Q1. Expliquer qualitativement les phénomènes se produisant, en utilisant notamment la loi de modération de Lenz.
- Q2. Écrire l'équation régissant l'intensité  $i$  du courant.
- Q3. La résoudre et vérifier l'interprétation a priori de la question 1.
- Q4. Quel phénomène a été négligé ? Comment le prendre en compte ?
- Q5. Écrire la nouvelle équation différentielle satisfaite par l'intensité.

**Exercice 2 : Inductance d'une bobine longue (★★★)**

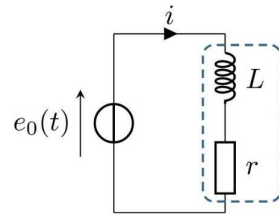
On appelle bobine longue est une bobine de longueur  $\ell$  très supérieure à son rayon. On la modélise par  $N$  spires d'axe  $\vec{u}_z$ , de surface  $S$  montées en série, parcourues par un courant  $i$ .



- Q1. On modélise la bobine par un solénoïde infini : que néglige-t-on ?
- On donne l'expression du champ à l'intérieur du solénoïde infini :  $\vec{B} = \mu_0 \cdot \frac{N}{\ell} \cdot i \cdot \vec{u}_z$
- Q2. En déduire le flux propre, puis l'expression de l'auto-inductance  $L$ .
- Q3. Retrouver la loi de comportement de la bobine telle que vous la connaissez en électronique.

On suppose la bobine alimentée par un générateur extérieur de f.é.m.  $e_0(t)$ . On prend en compte la résistance interne  $r$  de la bobine.

- Q4. Exprimer l'intensité  $i$  dans le circuit en fonction de  $e_0$  et  $\frac{di}{dt}$ .
- Q5. Supposons que  $e_0$  augmente. Comment évoluerait l'intensité sans tenir compte de l'auto-induction ( $L = 0$ ) ? Interpréter l'effet de l'auto-induction en termes de loi de Lenz.
- Q6. Procéder au bilan de puissance du circuit et l'interpréter.



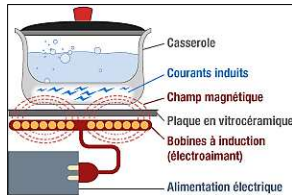
En régime stationnaire, l'énergie stockée dans la bobine vaut  $\mathbb{E}_{mag} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$

- Q7. Exprimer cette énergie en fonction du champ magnétique  $B$  et des dimensions de la bobine. Retrouver alors l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique donnée dans le cours.

**Exercice 3 : Plaque de cuisson à induction (★★★)**

Le chauffage du fond métallique des casseroles et autres poêles de cuisson peut être réalisé par effet Joule des courants induits directement dans le fond de la casserole par un champ magnétique variable, les courants de Foucault.

Logé dans une table support en céramique, un bobinage alimenté en courant sinusoïdal, appelé inducteur, génère ce champ. L'inducteur a un rayon de 5 cm et compte vingt spires de cuivre de résistance électrique  $R_1 = 18 \text{ m}\Omega$  et d'auto-inductance  $L_1 = 30 \text{ }\mu\text{H}$ . Il est alimenté par une tension harmonique  $v_1$  de fréquence  $f = 25 \text{ kHz}$  et de valeur efficace fixée égale à 24 V.



Du point de vue électromagnétique, on modélise le fond de casserole par une spire circulaire unique, fermée sur elle-même, appelée induit. L'induit a une résistance  $R_2 = 8,3 \text{ m}\Omega$  et une auto-inductance  $L_2 = 0,24 \text{ }\mu\text{H}$ . Le transfert d'énergie électrique s'effectue par couplage inductif entre l'inducteur et l'induit d'inductance mutuelle  $M = 2 \text{ }\mu\text{H}$ .

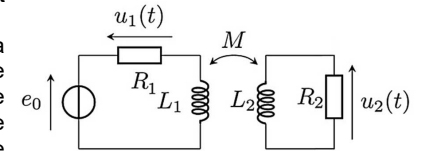
- Q1. En s'appuyant sur un schéma électrique équivalent, établir les équations électriques relatives aux deux circuits.
- Q2. En déduire l'expression littérale de la fonction de transfert  $H = I_2/I_1$ .
- Q3. En déduire l'impédance d'entrée  $Z_e = V_1/I_1$  du système.
- Q4. La pulsation  $\omega$  est choisie bien plus grande que  $R_1/L_1$  et  $R_2/L_2$ . Simplifier les deux expressions précédentes.
- Q5. Exprimer le courant  $i_2$  et donner son amplitude. Calculer alors la puissance dissipée dans la casserole, donnée par  $P_2 = \frac{1}{2} \cdot R_2 \cdot I_2^2$ .
- Q6. On soulève la casserole. Indiquer qualitativement comment varie l'amplitude du courant  $i_1$  appelé par l'inducteur.

**Exercice d'entraînement**

**Exercice 4 : Mesure d'une inductance mutuelle (★★★)**

Le montage ci-contre permet de mesurer le coefficient d'inductance mutuelle entre deux bobines.

Les deux bobines se font face comme sur la figure. La première bobine est montée en série avec une résistance  $R_1 = 100 \text{ }\Omega$  et un générateur de tension  $e_0$  harmonique de fréquence  $f = 2,0 \text{ kHz}$ . La seconde bobine est montée en série avec une résistance  $R_2 = 100 \text{ M}\Omega$  (résistance d'entrée de l'oscilloscope).



- Q1. Flécher les courants dans chacune des parties du montage.
- Q2. D'après la loi de comportement habituelle de la bobine 2, que vaudrait alors la tension  $u_2$  ? Pourquoi cette loi n'est-elle pas applicable telle quelle ici ?
- Q3. En prenant en compte l'induction mutuelle, exprimer la loi des mailles dans chaque partie du circuit.
- Q4. En utilisant les notations complexes, exprimer le courant  $\underline{i}_2$  en fonction de  $L_2$ ,  $M$ ,  $\underline{i}_1$  et de la pulsation  $\omega = 2\pi \cdot f$ .
- Q5. Simplifier l'expression précédente en utilisant le fait que la valeur de la résistance  $R_2$  est bien supérieure à la valeur de l'impédance de la bobine 2. Exprimer alors la tension  $\underline{u}_2$  en fonction de  $M$ ,  $\underline{u}_1$  et de  $\omega$ .
- Q6. Calculer l'inductance mutuelle  $M$  sachant que les tensions lues à l'oscilloscope ont des amplitudes  $U_1 = 3,00 \text{ V}$  et  $U_2 = 0,50 \text{ V}$ .
- Q7. On fait tourner la bobine 2 sur elle-même dans le plan de la paillasse. Indiquer sans calcul comment est modifiée la valeur de  $M$  lorsque l'angle de rotation vaut  $180^\circ$  ?  $90^\circ$  ? Même question si l'on aligne les axes des deux bobines.