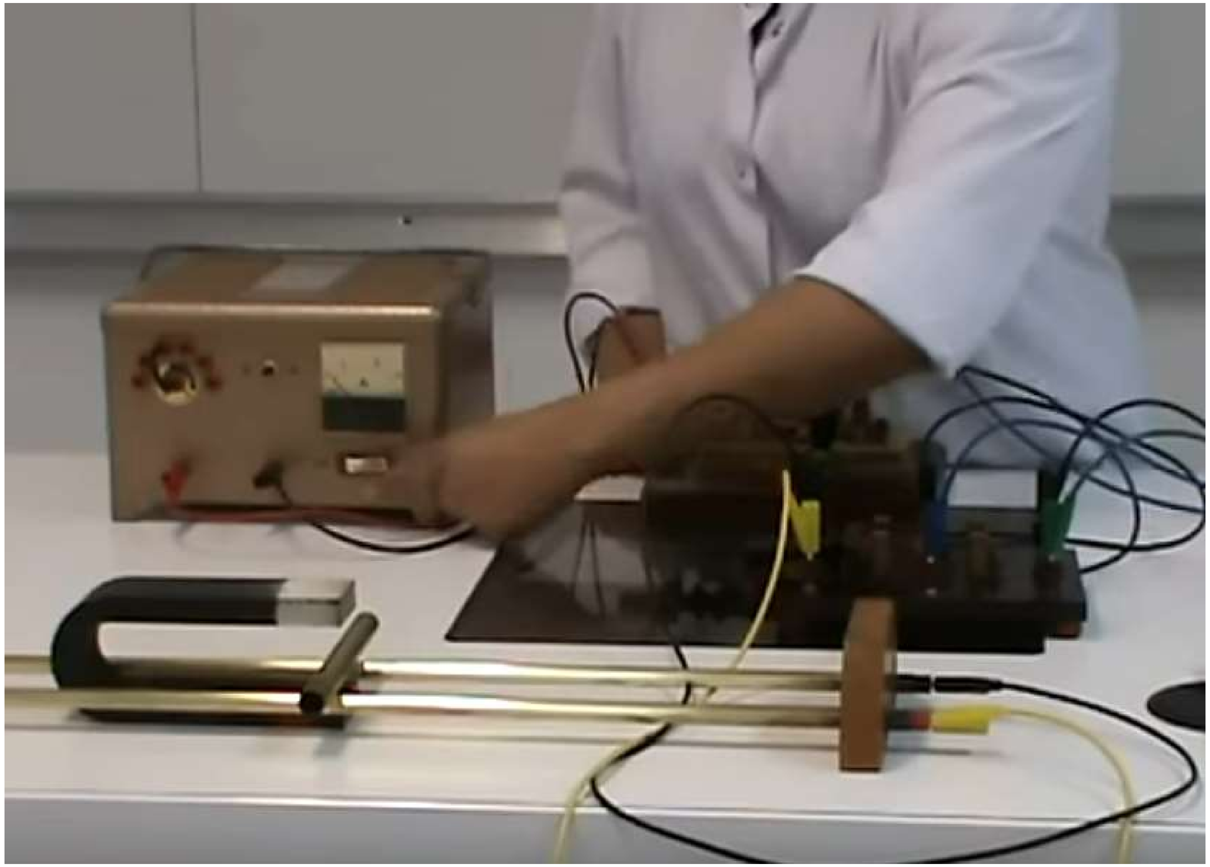
Thème : Induction et forces de Laplace

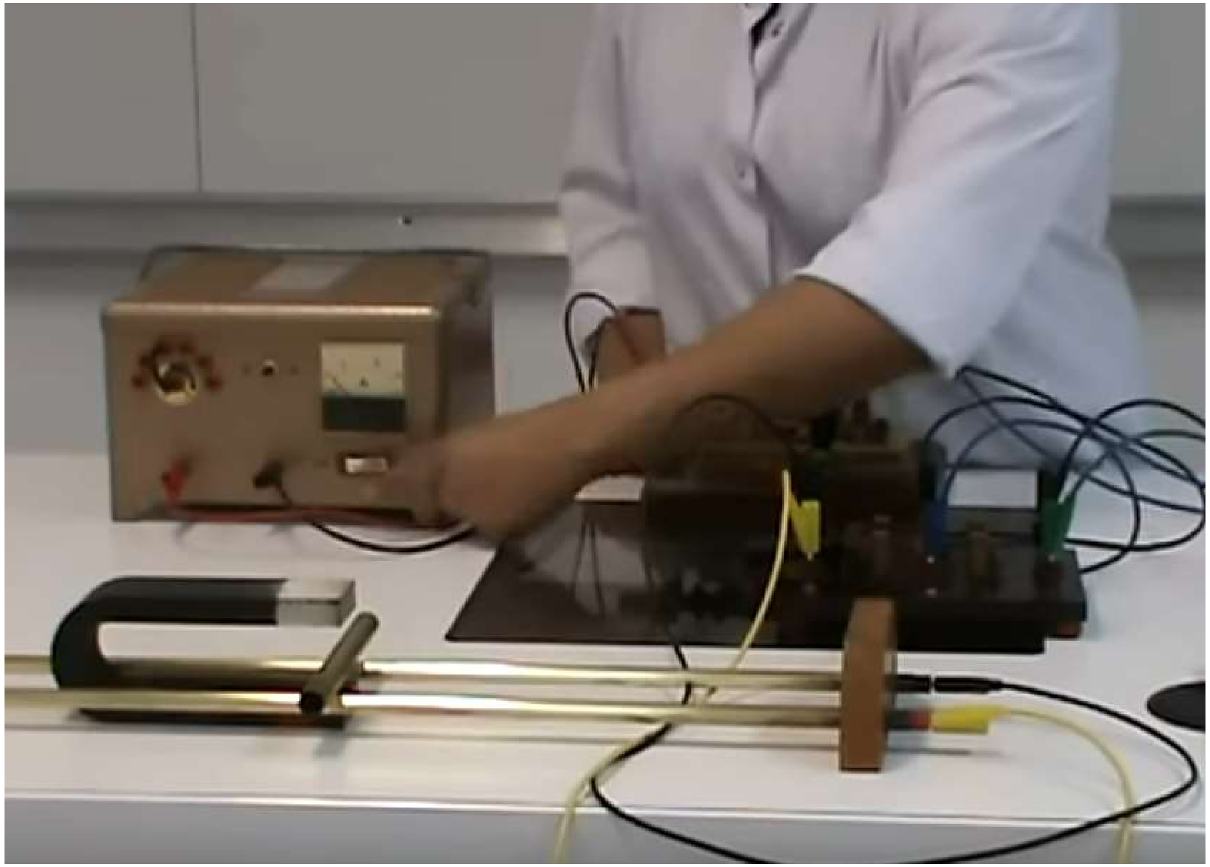
Le champ magnétique
et
ses actions

Expérience des rails de Laplace



https://www.youtube.com/watch?v=zoxr2Vwkxyg

Expérience des rails de Laplace



Comment expliquer que le rail se déplace lorsqu'il est parcouru par un courant électrique?

https://www.youtube.com/watch?v=zoxr2Vwkxyg

Force de Lorentz : Rappel

Définition : Force de Lorentz (Rappel)

En présence d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$, une particule de charge q se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ subit une force qui vaut :

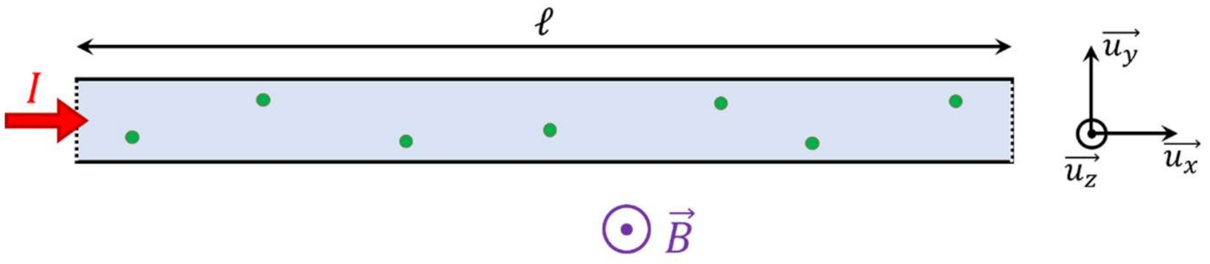
$$\boxed{\overrightarrow{F_L} = q.\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)}$$

Cette force est nommée ***force de Lorentz***.

De la force de Lorentz à la force de Laplace

Définition : Force de Laplace

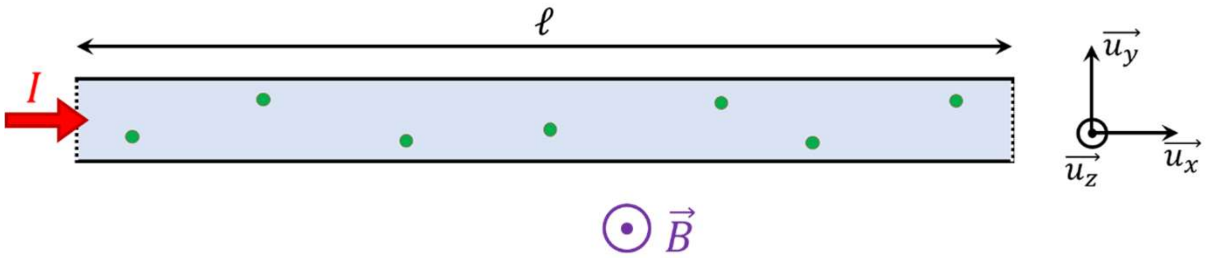
La force de Laplace est la résultante (somme) des forces de Lorentz qui s'appliquent sur les électrons mobiles (porteurs de charge) présents dans une tige mobile.



De la force de Lorentz à la force de Laplace

Définition : Force de Laplace

La force de Laplace est la résultante (somme) des forces de Lorentz qui s'appliquent sur les électrons mobiles (porteurs de charge) présents dans une tige mobile.



Nous faisons l'hypothèse que tous les électrons se déplacent à la même vitesse v.

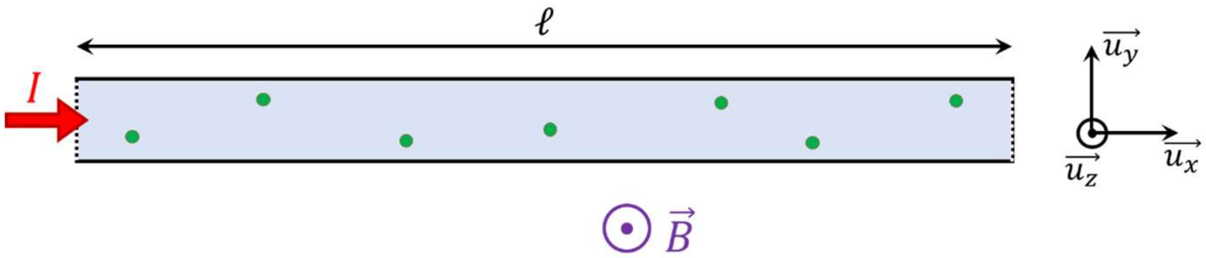
- Le temps Δt nécessaire à un électron, de vitesse v, pour parcourir le rail, de longueur ℓ est :

$$\boldsymbol{\Delta t = \ell / v}$$

De la force de Lorentz à la force de Laplace

Définition : Force de Laplace

La force de Laplace est la résultante (somme) des forces de Lorentz qui s'appliquent sur les électrons mobiles (porteurs de charge) présents dans une tige mobile.



$$\boldsymbol{\Delta t = \ell/v}$$

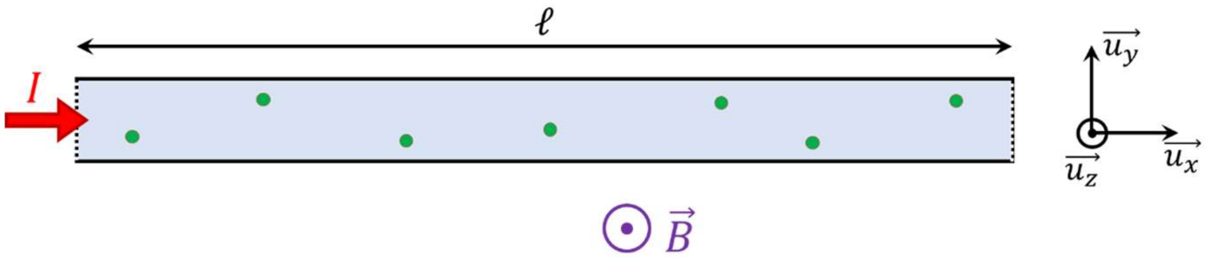
- Durant Δt, un nombre N d'électrons, initialement contenu dans le rail, en sortira. On peut lier le courant I circulant dans le rail au mouvement de ces porteurs de charge :

$$\boldsymbol{I = -N.e/\Delta t}$$

De la force de Lorentz à la force de Laplace

Définition : Force de Laplace

La force de Laplace est la résultante (somme) des forces de Lorentz qui s'appliquent sur les électrons mobiles (porteurs de charge) présents dans une tige mobile.



$$\boldsymbol{\Delta t = \ell / v}$$

$$\boldsymbol{I = -N.e/\Delta t}$$

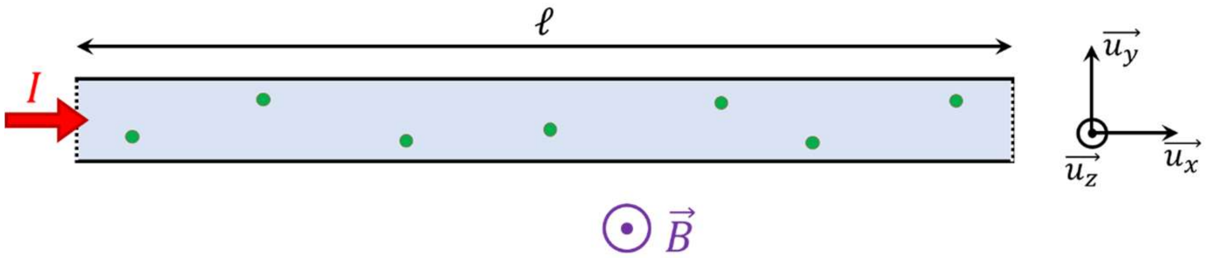
- D'où la relation liant le courant, le nombre d'électrons N dans le rail et la vitesse v :

$$\boldsymbol{I = -N.e.v/\ell}$$

De la force de Lorentz à la force de Laplace

Définition : Force de Laplace

La force de Laplace est la résultante (somme) des forces de Lorentz qui s'appliquent sur les électrons mobiles (porteurs de charge) présents dans une tige mobile.



$$\boldsymbol{I = -N.e.v/\ell}$$

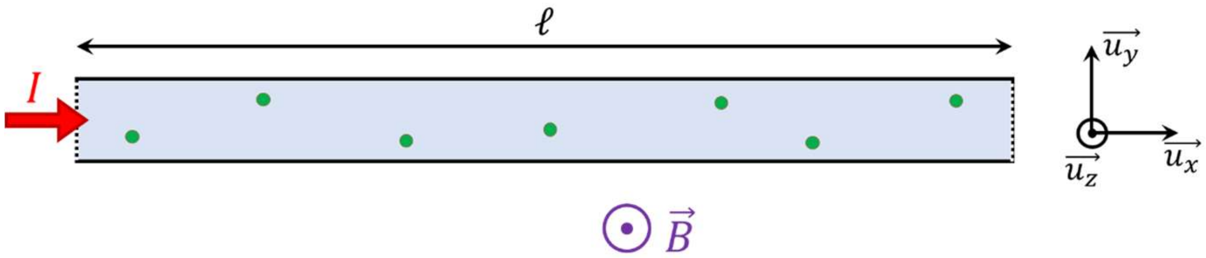
- La norme de la force de Lorentz appliquée à chacun des électrons, dans le cas d'une tige mobile perpendiculaire au champ $\vec{B}$ est alors :

$$\boldsymbol{F_L = -e.v.B}$$

De la force de Lorentz à la force de Laplace

Définition : Force de Laplace

La force de Laplace est la résultante (somme) des forces de Lorentz qui s'appliquent sur les électrons mobiles (porteurs de charge) présents dans une tige mobile.



$$\boldsymbol{I = -N.e.v/\ell}$$

- La norme de la force de Lorentz appliquée à chacun des électrons, dans le cas d'une tige mobile perpendiculaire au champ $\vec{B}$ est alors :

$$\boldsymbol{F_L = -e.v.B}$$

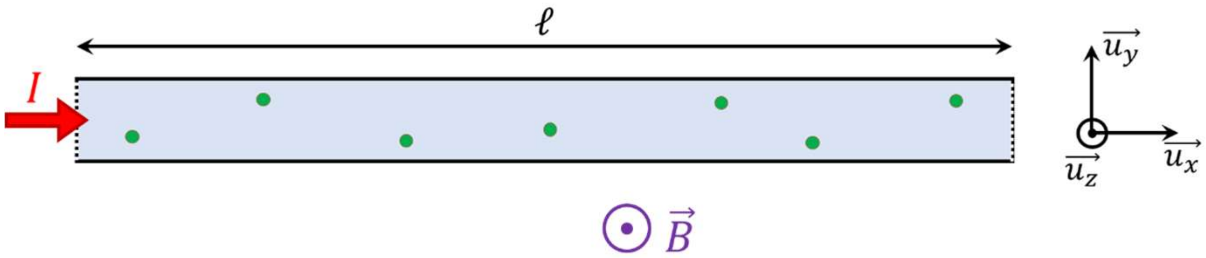
- La ***force de Laplace*** est enfin la somme des forces de Lorentz, soit :

$$\boldsymbol{F_{Laplace} = -N.e.v.B = I.\ell.B}$$

De la force de Lorentz à la force de Laplace

Définition : Force de Laplace

La force de Laplace est la résultante (somme) des forces de Lorentz qui s'appliquent sur les électrons mobiles (porteurs de charge) présents dans une tige mobile.



$$I = -N.e.v/\ell$$

- La norme de la force de Lorentz appliquée à chacun des électrons, dans le cas d'une tige mobile perpendiculaire au champ $\vec{B}$ est alors :

$$F_L = -e.v.B$$

- La ***force de Laplace*** est enfin la somme des forces de Lorentz, soit :

$$F_{Laplace} = -N.e.v.B = I.\ell.B$$

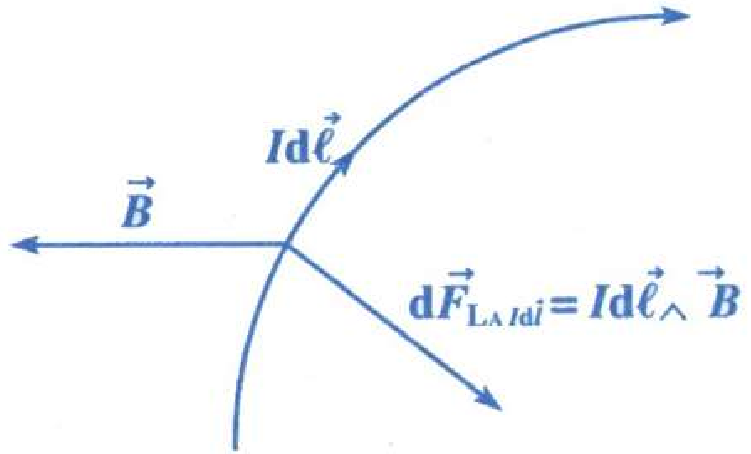
⚠ Il nous manque l'orientation de cette force.

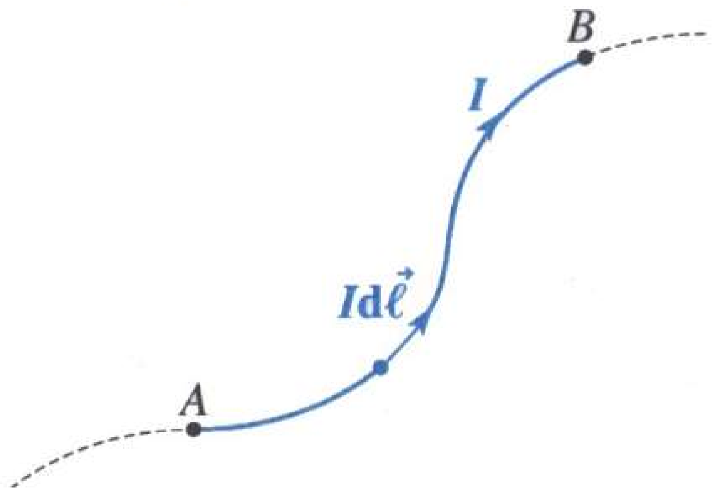
Expression de la force de Laplace élémentaire

Définition : Expression de la force de Laplace élémentaire

La force élémentaire $\overrightarrow{dF}$ s'appliquant à une portion élémentaire orientée $\overrightarrow{d\ell}$ de circuit filiforme, parcouru par un courant i et plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ est appelé ***force de Laplace***, et s'exprime par :

$$d\vec{F} = i.\overrightarrow{d\ell} \wedge \vec{B}$$



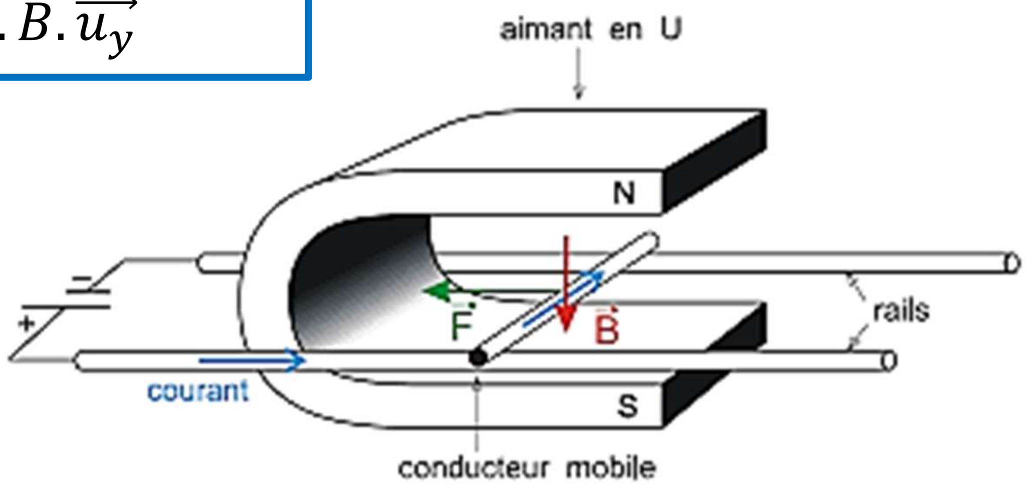


Retour aux rails de Laplace

Propriété : Résultante des forces de Laplace sur un rail plongé dans un champ $\vec{B}$ uniforme

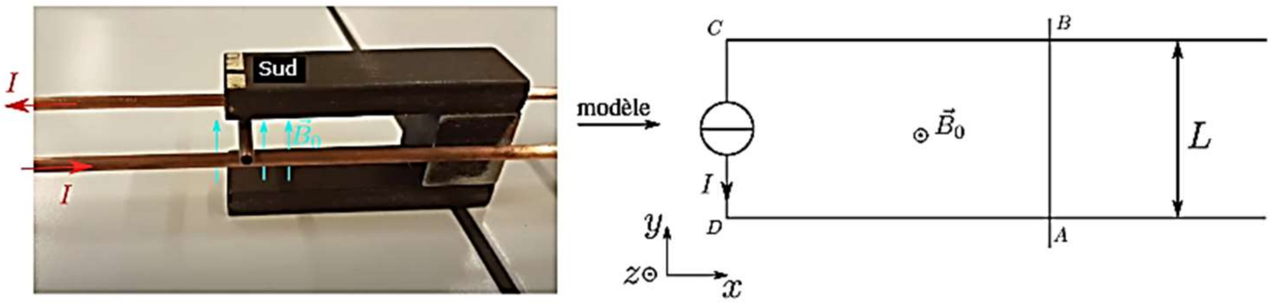
Pour un rail rectiligne de longueur ℓ, plongé dans un champ uniforme $\vec{B} = B.\overrightarrow{u_z}$ et parcouru par un courant i dans la direction $\overrightarrow{u_x}$ (« rail de Laplace »), on retrouve :

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{Laplace}} = \int_0^\ell d\vec{F} = \int_0^\ell i.\overrightarrow{d\ell} \wedge \vec{B} = -i.\ell.B.\overrightarrow{u_y}$$

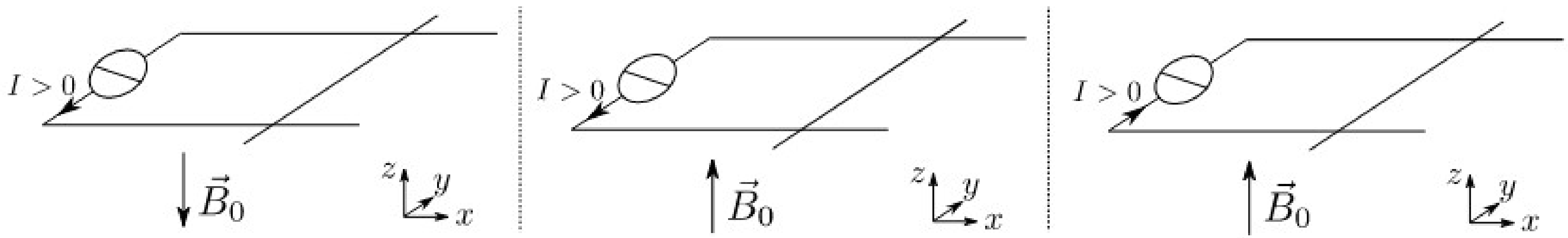


Savoir-faire 3 – Etude des rails de Laplace

On considère le circuit électrique plan ci-dessous, dans lequel une tige peut glisser sur des rails sans que le contact électrique soit rompu. L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_0}$ normal au plan du circuit. On désigne par L la distance entre les rails.



1. Donner l'expression de la résultante des forces de Laplace en fonction de I, B_0, L et d'un vecteur unitaire à préciser.
2. Prévoir le sens de déplacement de la tige mobile dans chacun des trois cas ci-dessous.

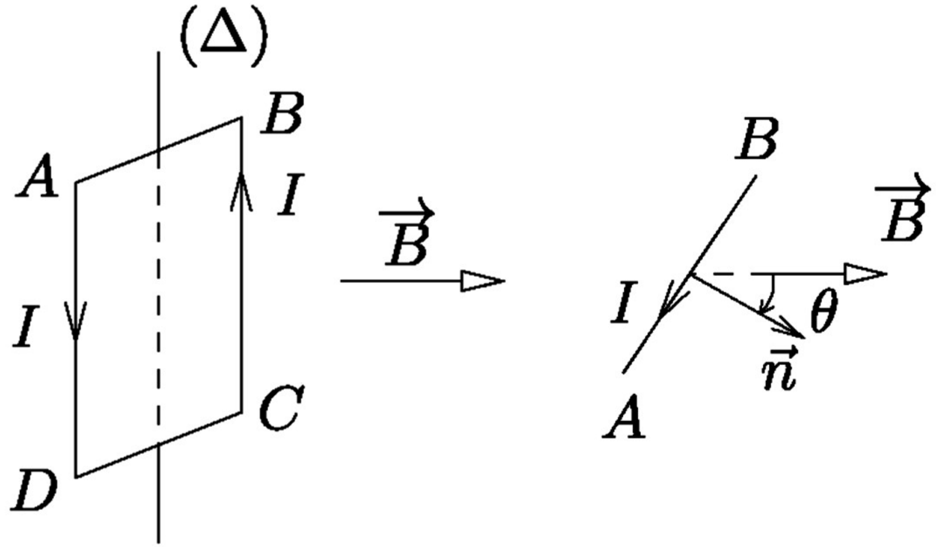


Rotation d’une spire rectangulaire dans un champ magnétique uniforme

Savoir-faire 4 – Déterminer le couple de Laplace sur une spire rectangulaire

Soit un cadre rectangulaire $ABCD$ conducteur, de côtés $AB = 2a$ et $BC = 2b$, plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ fixe et uniforme. Il peut tourner sans frottements autour d'un axe passant par le milieu des côtés $[AB]$ et $[CD]$, tel que le champ $\vec{B}$ est toujours perpendiculaire à l'axe du cadre.

1. Montrer que, lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité I, le cadre subit un couple $\Gamma_{\mathcal{L}}$. Déterminer son expression.
2. Écrire l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de l'angle θ.
3. Citer une application pratique de ce système.



Couple de Laplace

Propriété : Résultante des forces de Laplace sur un circuit fermé placé dans un champ $\vec{B}$ uniforme

Dans un champ magnétique uniforme, la résultante des forces de Laplace appliquée à un ***circuit fermé*** est nulle.

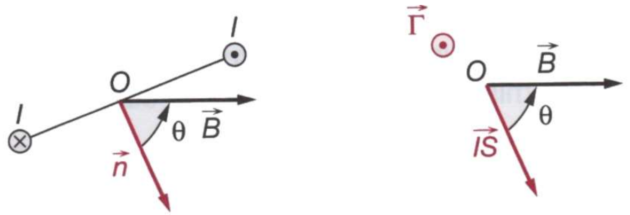
$$\oint_{\substack{\text{circuit}\\ \text{fermé}}} i.\overrightarrow{d\ell} \wedge \vec{B} = \vec{0}$$

Définition : Couple de Laplace

Un cadre portant N spires parcourues par un courant I et plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B_{ext}}$ uniforme orthogonal à l'axe de symétrie Δ du cadre, subit un couple de Laplace de moment :

$$\vec{\Gamma} = N.I.S.\vec{n} \wedge \overrightarrow{B_{ext}} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \overrightarrow{B_{ext}}$$

où le vecteur $\vec{\mathcal{M}} = N.I.S.\vec{n}$ est appelé ***moment magnétique*** de la spire.



La puissance du couple de Laplace lors de la rotation du cadre autour de son axe de symétrie, à la vitesse angulaire $\vec{\Omega} = \omega.\overrightarrow{u_\Delta}$ vaut : $P_{\mathcal{L}} = (\vec{\mathcal{M}} \wedge \overrightarrow{B_{ext}}).\vec{\Omega}$

Généralisation aux aimants

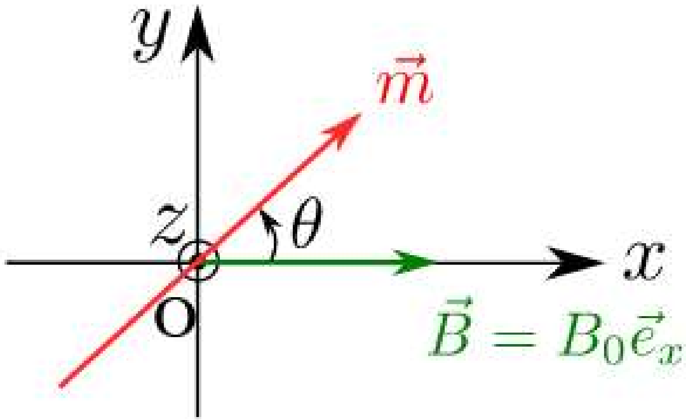
Propriétés : Action d’un champ magnétique uniforme sur un dipôle

Soit un dipôle de moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ plongé dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire $\overrightarrow{B_{ext}}$.

- La résultante des actions magnétiques appliquées au dipôle est nulle $\vec{F} = \vec{0}$.
- Le moment des forces (le couple puisque $\vec{F} = \vec{0}$) s’exprime en fonction du moment dipolaire magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ par

$$\vec{\Gamma} = \overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge \overrightarrow{B_{ext}}$$

Etude de la stabilité



Définition : Positions d'équilibre

Les positions d'équilibre d'un système sont l'ensemble des positions $\theta_{éq}$ correspondant à un extremum (minimum ou maximum) d'énergie potentielle :

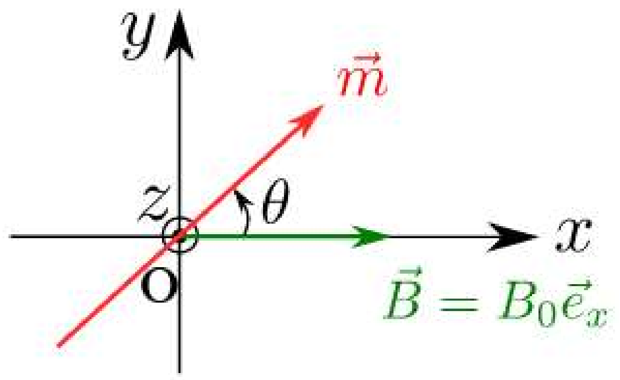
$$\frac{dE_p}{dx}(\theta_{éq}) = 0$$

Définition : Stabilité de l'équilibre

Il existe deux types de positions d'équilibre :

- Les ***positions d'équilibre stables***, telles que si l'on écarte le mobile d'une telle position les forces extérieures tendront à l'y ramener. C'est le cas pour les ***minimums locaux*** de la courbe $E_p(\theta)$.
- Les ***positions d'équilibre instables***, telles que si l'on écarte le mobile d'une telle position les forces extérieures tendront à l'en écarter davantage. C'est le cas pour les ***maximums locaux*** de la courbe $E_p(\theta)$.

Energie potentielle d’interaction



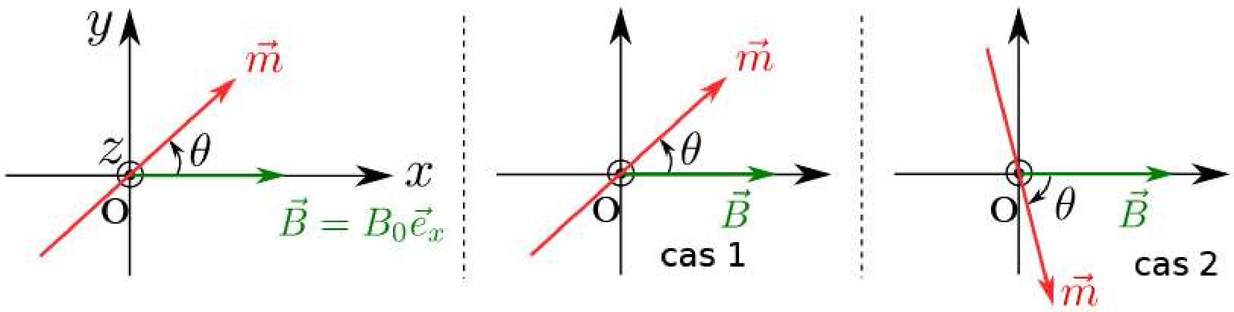
Définition : Énergie potentielle d’interaction entre un dipôle magnétique et un champ magnétique extérieur

Il existe une ***énergie potentielle d’interaction*** entre un dipôle magnétique de moment dipolaire $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ et un champ magnétique permanent $\overrightarrow{B_{ext}}$

$$E_p = -\overrightarrow{\mathcal{M}}.\overrightarrow{B_{ext}}$$

Savoir-faire 5 – Etudier le couple de Laplace sur une spire rectangulaire

On considère une boussole : c'est une aiguille aimantée libre de tourner sur un axe passant par son centre. On la modélise par un moment magnétique $\vec{m}$. Elle est dans un champ magnétique extérieur uniforme $\vec{B} = B_0.\overrightarrow{e_x}$.



1. Donner l'expression du couple exercé par le champ $\vec{B}$ sur l'aiguille.
2. Sur les cas 1 et 2 ci-dessus, indiquer dans quel sens ce couple tend à faire tourner l'aiguille.
3. Démontrer qu'il y a une position d'équilibre en $\theta = 0$ et une en $\theta = \pi$. Laquelle de ces positions est-elle stable / instable ?

On note J le moment d'inertie de l'aiguille par rapport à l'axe Oz. On néglige toute autre action que celle du champ.

4. Donner l'équation du mouvement portant sur l'angle θ.
5. Donner la pulsation des petites oscillations.

Stabilité d'un dipôle magnétique

Propriété : Stabilité d'un dipôle magnétique

La ***position d'équilibre stable*** d'un dipôle magnétique placé dans un champ magnétique uniforme correspond à un ***alignement*** du moment dipolaire sur le champ.