Conversion électromécanique de puissance
Travaux Dirigés

Méthodologie : Comment travailler les exercices ?

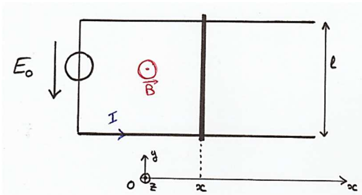
Avant la séance de TD :
- Sur une feuille de brouillon, avec un crayon à la main et le chapitre ouvert sous les yeux.
- Essayer des « trucs » même si cela n'aboutit pas.
- Faire des schémas complets et suffisamment grands.
- Ne rien écrire sur l'énoncé de TD afin de pouvoir refaire les exercices après la correction en classe.
- Réfléchir environ 10 à 15 min sur chaque exercice demandé. Si vous bloquez complètement sur une question/un exercice, passez à la suite au bout de 10 min, et me poser des questions.

Après la séance de TD :
- Refaire les exercices corrigés ensemble, sans regarder le corrigé dans un premier temps.
- Une fois l'exercice terminé ou si vous êtes totalement bloqué, reprendre avec le corrigé.

Exercices de cours

Exercice 1 – Rails de Laplace utilisés comme moteur

Considérons un système de rails de Laplace séparés d'une distance ℓ et soumis à un champ magnétique extérieur $\vec{B} = B.\vec{u_z}$. L'ensemble possède une résistance électrique r. Un générateur impose une tension E_0.



Q1. Exprimer la force de Laplace subie par la tige mobile. En déduire l'équation mécanique.

Q2. Déterminer la force électromotrice induite. En déduire l'équation électrique.

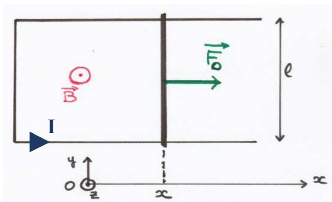
Q3. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v_x de la tige. La résoudre en supposant que la tige est initialement immobile.

Q4. Comparer la puissance mécanique fournie par la force de Laplace et la puissance électrique fournie par le générateur induit.

Q5. Procéder au bilan de puissance et l'interpréter.

Exercice 2 – Rails de Laplace utilisés comme générateur

Considérons les mêmes rails de Laplace que dans le cas précédent. Le système est maintenant utilisé en fonctionnement générateur : il n'y a plus de générateur E_0, mais un opérateur extérieur tracte la tige mobile avec une force constante $\vec{F_0}$.



Q1. Déterminer sans calcul le signe du courant induit.

Q2. Exprimer la force de Laplace subie par la tige mobile. En déduire l'équation mécanique.

Q3. Déterminer la force électromotrice induite. En déduire l'équation électrique.

Q4. Établir l'équation différentielle vérifiée par le courant i dans le système. La résoudre en supposant le courant initialement nul.

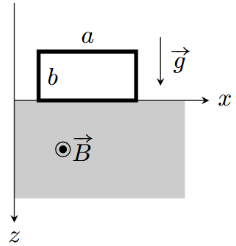
Q5. Comparer la puissance mécanique fournie par la force de Laplace et la puissance électrique fournie par le générateur induit.

Q6. Procéder au bilan de puissance et l'interpréter.

Exercice 3 – Freinage par induction

La plupart des manèges des parcs d'attraction utilisent des dispositifs de freinage inductif en plus du freinage par friction. On modélise dans cet exercice une attraction proposant aux passagers d'une cabine d'ascenseur de tomber en chute quasi-libre pendant quelques secondes avant d'être brutalement freinés. La première étape du freinage est magnétique.

Dans le châssis de la cabine d'ascenseur est placée un bobinage conducteur modélisé par une unique spire rectangulaire de côtés a et b, de masse m et de résistance R. Sa position est repérée par la cote z du bas de la spire. Dans le demi-espace z > 0 règne un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et permanent. À l'instant $t = 0$, la cabine se trouve dans la situation représentée sur la figure ci-contre où $z = 0$, sa vitesse valant alors $\vec{v} = v_0.\vec{u_z}$.



Pour simplifier, les frottements de l'air seront négligés dans tout l'exercice. Le mouvement ultérieur de la cabine reste une translation verticale selon l'axe (Oz).

Q1. Établir une équation différentielle portant sur la vitesse v de la cabine.

Q2. Résoudre cette équation. Que se passe-t-il lorsque $z = b$?

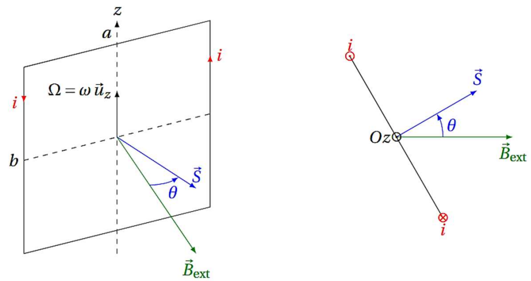
Q3. Justifier qu'un freinage magnétique ne peut pas suffire à arrêter la cabine d'ascenseur.

Exercice 4 – Modèle simplifié d'alternateur

Considérons un modèle simplifié d'alternateur.

Le rotor est constitué d'un cadre rectangulaire comportant N spires de surface $a \times b$, de résistance interne r et d'inductance propre L. Il est en rotation, à la vitesse ω autour de son axe de symétrie Oz. On note J_{Oz} son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation.

Le rotor est entraîné par un opérateur extérieur (roue, turbine...) qui exerce un couple moteur $\overrightarrow{\Gamma_{mot}} = \Gamma_{mot}.\vec{u_z}$. La liaison pivot est supposé parfaite. Le rotor est placé dans un champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B_{ext}}$ uniforme et fixe dans le référentiel du stator.



Q1. Analyser sans calcul le phénomène et expliquer pourquoi l'opérateur doit appliquer le couple $\overrightarrow{\Gamma_{mot}}$ pour maintenir la spire en mouvement.

Q2. Déterminer le flux extérieur à travers la spire. En déduire la fem d'induction.

Q3. Établir l'équation différentielle vérifiée par le courant induit (dite équation électrique).

Q4. Rappeler l'expression du couple de Laplace pour une spire de moment dipolaire $\vec{m} = i.\vec{S}$.

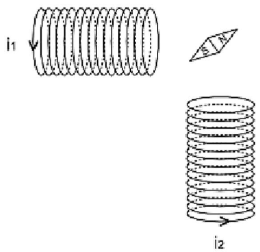
Q5. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse de rotation ω (dite équation mécanique).

Q6. Faire un bilan de puissance commenté.

Exercice 5 – Création d'un champ tournant

On place deux bobines identiques, d'axe orthogonaux.

Ces bobines sont alimentées par des courants sinusoïdaux i_1 et i_2 en quadrature, de pulsation $\omega = 2\pi/T$.



Q1. Représenter l'allure du champ magnétique à $T = 0, T/8, T/4, T/2$.

On place, entre les bobines, une boussole.

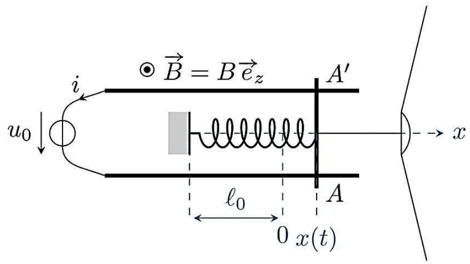
Q2. Comment évolue la boussole ?

Q3. Que se passe-t-il quand le courant i_2 passe d'une quadrature retard à une quadrature avance ?

Exercices incontournables

Exercice 1 : Haut-parleur de Laplace (★☆☆)

On s'intéresse dans cet exercice à un modèle très simplifié de haut-parleur, dans une configuration proche des rails de Laplace où la membrane du haut-parleur est fixée solidairement à la tige mobile, qui est également reliée élastiquement à un bâti.



La tige mobile a pour longueur $AA' = \boldsymbol{a}$, et sa position est repérée par son abscisse $\boldsymbol{x}$, dont l'origine correspond à la position de repos.

Les frottements de l'air sur la membrane se traduisent par une force de frottement linéaire

$$\vec{\boldsymbol{f}} = -\boldsymbol{\alpha}.\vec{\boldsymbol{v}} = -\boldsymbol{\alpha}.\boldsymbol{v}.\vec{\boldsymbol{e}_x}.$$

La force de rappel due au ressort vaut : $\vec{\boldsymbol{f}_R} = -\boldsymbol{k}.\boldsymbol{x}.\vec{\boldsymbol{e}_x}$ où $\boldsymbol{k}$ est la constante de raideur du ressort. Le système est forcé électriquement par la tension de commande $\boldsymbol{u_0}$. On note $\boldsymbol{R}$ la résistance électrique de l'ensemble, et on néglige l'auto-induction.

Q1. Exprimer la f.é.m. induite en fonction de $\boldsymbol{v}$.

Q2. Écrire les équations électrique et mécanique.

Q3. Rappeler la relation entre la position $\boldsymbol{x}$ de la tige et sa vitesse $\boldsymbol{v}$.

Q4. Découpler ces équations pour aboutir à une unique équation différentielle portant sur la position $\boldsymbol{x}$ de la tige mobile. Quel type d'équation obtient-on ? L'analyser physiquement : comment se traduisent les phénomènes d'induction ? Commenter leur signe.

Q5. Procéder à un bilan de puissance du système et interpréter physiquement chaque terme.

Exercice 2 : Moteur synchrone (★★☆)

Considérons un modèle simple de moteur synchrone. Le rotor, de moment magnétique $\vec{m}$, tourne avec la même vitesse angulaire ω constante que le champ magnétique $\vec{B}$ qui l'entraîne. On néglige tout frottement interne au moteur. On s'intéresse à l'angle interne du moteur θ, angle entre $\vec{m}$ et $\vec{B}$, orienté de $\vec{m}$ vers $\vec{B}$, et au couple $\vec{\mathcal{M}}$ exercé par le champ sur le moment magnétique.

On prendra B = 0,2 T, m = 8 A.m^2 et une fréquence de rotation de 50 tours par seconde.

Q1. Proposer un dispositif simple permettant de réaliser le champ magnétique tournant.

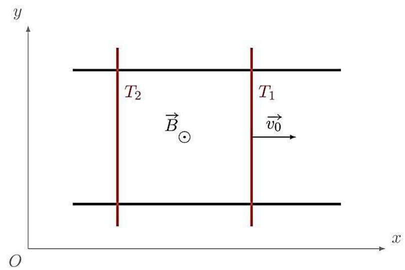
Q2. Que vaut θ si le moteur fonctionne à vide ?

Q3. Le moteur doit entraîner une charge mécanique qui exerce un couple résistant $\mathcal{M}_r$ = 0,65 N. m. Calculer l'angle interne et la puissance mécanique fournie par le moteur. D'où provient cette puissance ?

Q4. La vitesse de rotation dépend-elle de la charge ? Quel est le couple maximal que peut fournir ce moteur

Exercices d'entrainement

Exercice 3 : Double rails de Laplace (★★☆)



Deux tiges T_1 et T_2 identiques (masse $\boldsymbol{m}$, résistance $\boldsymbol{R}$) sont mobiles sans frottement sur deux rails parallèles, séparés d'une distance $\boldsymbol{a}$, et situés dans un plan horizontal.

Un champ magnétique $\vec{\boldsymbol{B}}$ permanent, uniforme et vertical, règne en tout point de l'espace. À l'instant initial, on communique à la tige T_1 une vitesse $\vec{\boldsymbol{v_0}} = \boldsymbol{v_0}.\vec{\boldsymbol{u_x}}$ ($\boldsymbol{v_0} > 0$) tandis que T_2 est immobile. On néglige les effets dus au champ propre.

Q1. Établir les équations couplées vérifiées par, d'une part la vitesse $\boldsymbol{v_1}$ de la tige T_1 et d'autre part, par la vitesse $\boldsymbol{v_2}$ de la tige T_2. On fera apparaître la grandeur $\tau = \frac{\boldsymbol{mR}}{(\boldsymbol{aB})^2}$.

Q2. En déduire les expressions de $\boldsymbol{v_1(t)}$ et de $\boldsymbol{v_2(t)}$.

Q3. Montrer que la conservation de l'énergie est bien vérifiée.

Annale de concours : Freinage par induction

d'après TSI – CCP2013

On souhaite étudier le principe d'un amortissement électromagnétique pour servir de suspension à une voiture.

Un cadre carré de côté $\boldsymbol{a}$, de masse $\boldsymbol{m}$, de résistance totale $\boldsymbol{R}$ et d'inductance négligeable est astreint à se déplacer dans une zone de l'espace telle que :

– dans la zone définie par z > 0 règne un champ magnétique et orthogonal au cadre $\vec{B} = B.\vec{u_x}$;
– dans la zone définie par z < 0, il n'existe pas de champ magnétique.

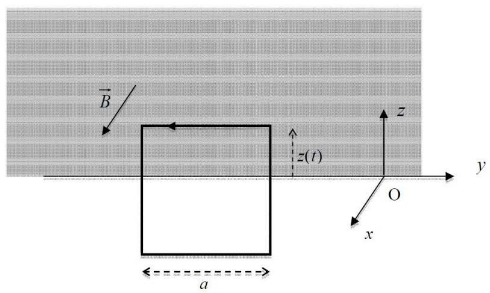
La position du cadre est repérée par l'abscisse $\boldsymbol{z}$ du côté horizontal supérieur du cadre.

Un dispositif non représenté astreint le cadre à se déplacer uniquement verticalement.

Le déplacement du cadre au cours du temps est tel qu'à tout instant, le côté horizontal inférieur se trouve où il n'existe pas de champ magnétique et le côté horizontal supérieur se trouve dans la zone où règne le champ magnétique $\vec{B}$.

On néglige tous les frottements mécaniques.

L'orientation arbitraire du cadre est indiquée sur la figure ci-contre :



Q1. On souhaite déterminer l'intensité du courant induit qui va traverser le cadre.

a. Déterminer le flux $\Phi(t)$ du champ magnétique à travers le cadre lorsqu'il est repéré par une position $\boldsymbol{z(t)}$.

b. Déterminer l'expression de la force électromotrice induire $\boldsymbol{e(t)}$ qui apparaît dans le cadre en fonction de $\boldsymbol{a}$, $\dot{\boldsymbol{z}}$ et $\boldsymbol{B}$.

c. En déduire l'expression de l'intensité du courant $\boldsymbol{i(t)}$ qui apparaît dans le cadre en fonction de $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{R}$, $\dot{\boldsymbol{z}}$ et $\boldsymbol{B}$.

Q2. En déduire l'expression de la résultante de la force de Laplace qui s'applique sur le cadre en fonction de $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{R}$, $\dot{\boldsymbol{z}}$, $\boldsymbol{B}$ et d'un ou plusieurs vecteurs unitaires que l'on précisera.

Q3. Justifier le fait que le cadre ainsi constitué pourrait servir de système d'amortissement pour une suspension de véhicule. Citer certains avantages que présenterait un tel système d'amortissement par rapport aux systèmes classiques.

Q4. Déterminer l'expression du champ $\boldsymbol{B}$ à appliquer pour que le cadre puisse servir d'amortisseur de coefficient de frottement $\boldsymbol{h}$. On exprimera $\boldsymbol{B}$ en fonction de $\boldsymbol{h}$, $\boldsymbol{R}$ et $\boldsymbol{a}$.

Pour un amortisseur de véhicule, le coefficient de frottement doit être de l'ordre de $\boldsymbol{h} = 10^4$ S.I. On se place dans le cas d'un cadre de côté $\boldsymbol{a}$ = 10 cm et de résistance $\boldsymbol{R} = 10^{-4}\ \Omega$.

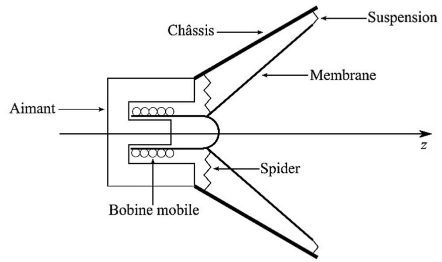
Q5. Déterminer numériquement l'ordre de grandeur du champ $\boldsymbol{B}$ qu'il faudrait appliquer au cadre pour produire un tel coefficient de frottement. Quel est l'ordre de grandeur de l'intensité du champ magnétique que peut créer un aimant permanent ? Commenter.

Annale de concours : Haut-parleur

d'après TSI – CCP2020

Le schéma d'un haut-parleur est donné ci-dessous. Il est constitué :

- d'un aimant fixe d'axe créant un champ magnétique radial permanent $\vec{B} = B.\vec{u_r}$ où $\boldsymbol{B}$ est la norme du champ magnétique supposée constante en tous points de l'entrefer et $\vec{u_r}$ est un vecteur unitaire dirigé selon le rayon de la bobine mobile et perpendiculaire à l'axe (Oz) ;
- d'une bobine d'axe (Oz) comportant $\boldsymbol{N}$ spires de rayon $\boldsymbol{a}$ et située dans l'entrefer de l'aimant. La longueur totale du bobinage est notée $\boldsymbol{\ell}$;
- d'une membrane solidaire de la bobine.



L'ensemble {bobine + membrane} est un solide de masse $\boldsymbol{m}$, mobile en translation selon l'axe (Oz). Le spider et la suspension exercent sur cet ensemble une force de rappel élastique vers la position d'équilibre $\boldsymbol{z}$ = 0 :

$$\vec{F_e} = -k.z.\vec{u_z}$$

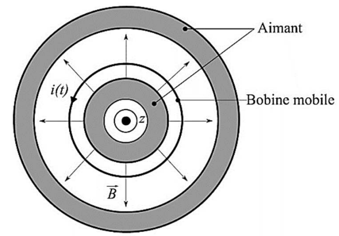
Cet ensemble est également soumis à une force de frottement visqueux de la part de l'air de la forme :

$$\vec{F} = -f.\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}.\vec{u_z}$$

où $\boldsymbol{f}$ et $\boldsymbol{k}$ sont des constantes.

Le vecteur $\vec{u_z}$ est un vecteur unitaire dirigé selon l'axe z et orienté dans le sens des z positifs.

La bobine est alimentée par un générateur extérieur délivrant la tension $\boldsymbol{u(t)}$. Il apparaît un courant $\boldsymbol{i(t)}$ dans la bobine, orienté dans le sens indiqué sur la figure ci-contre (vue de face).



Q1. Expliquer, sans calcul, le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique.

Q2. Déterminer l'expression vectorielle de la résultante des forces de Laplace s'exerçant sur la bobine en fonction de l'intensité du courant $\boldsymbol{i(t)}$, du nombre de spires $\boldsymbol{N}$, du rayon $\boldsymbol{a}$ d'une spire et de la norme du champ magnétique $\boldsymbol{B}$.

Q3. Appliquer le principe fondamental de la dynamique projeté sur l'axe (Oz) pour en déduire l'équation mécanique qui sera notée (1).

Q4. La bobine mobile étant dans un champ magnétique permanent, la puissance des forces de Laplace et celle de la force électromotrice induite se compensent exactement. En déduire que l'expression de la force électromotrice $\boldsymbol{e(t)}$ induite par le mouvement de la bobine à la vitesse $\boldsymbol{v(t)}$ dans le champ magnétique est donnée par la relation :

$$e(t) = 2\pi NaBv(t)$$

Q5. L'ensemble du circuit mobile possède une résistance électrique $\boldsymbol{R}$ et une inductance propre $\boldsymbol{L}$. Représenter le schéma électrique équivalent du circuit mobile.

Q6. En déduire l'équation électrique du système notée (2).

Q7. Le générateur extérieur délivre une tension $u(t) = u_0.\cos(\omega t)$. À partir des équations (1) et (2), à réécrire en notations complexes, montrer que l'expression de l'impédance électrique totale du circuit notée $\underline{Z}$ est donnée par la relation :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} = \frac{(2\pi Na)^2B^2}{mj\omega + \frac{k}{j\omega} + f} + R + jL\omega$$