

MPSI – CSI1

Concours blanc n°2

Durée : 4 heures

Calculatrice autorisée

Ce sujet comporte 4 exercices totalement indépendants qui peuvent être traités dans l'ordre souhaité.

L'énoncé est constitué de 10 pages.

Consignes générales

- Lire la totalité de l'énoncé et commencer par les exercices les plus abordables.
- Un résultat d'une question précédente peut être admis pour poursuivre l'exercice.

Présentation de la copie :

- **Encadrer** les expressions littérales et souligner les résultats numériques.
- **Numéroter les pages** sous la forme x/nombre total de pages.

Rédaction :

- Faire des **schémas** grands, beaux, complets, lisibles.
- **Justifier toutes vos réponses.**
- Les **relations** doivent être **homogènes**.
- Applications numériques : nombre de chiffres significatifs adapté et avec **une unité**. Les résultats sans la bonne unité ne seront pas pris en compte.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Situé au large de la Charente-Maritime, le Fort Boyard est édifié sous l'impulsion de Napoléon afin de protéger la rade, l'embouchure de la Charente, le port et surtout le grand arsenal de Rochefort des assauts de la marine anglaise. Construit entre 1804 et 1857, il est transformé en prison quelques années à peine après son achèvement. Cet imposant vaisseau de pierre est dorénavant connu dans le monde entier grâce au jeu télévisé du même nom, tourné depuis 1990, dans lequel une équipe généralement constituée de six candidats réalise diverses épreuves physiques et intellectuelles afin de gagner un trésor en boyards. Les deux premiers exercices s'intéressent à certains aspects du jeu.

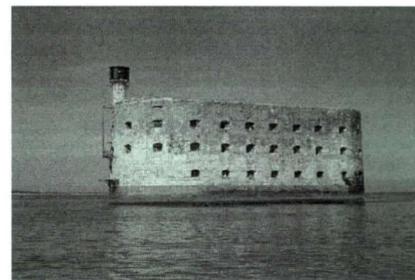


Figure 1 Le Fort Boyard

Exercice 1 : Escale à Fort Boyard, observation du fort

(D'après E3A PSI 2024)

Avant de se lancer à l'assaut du Fort, les candidats l'observent depuis l'Île d'Aix à l'aide de jumelles, sommairement modélisées par une paire de lunettes de Galilée. Chaque lunette comprend deux lentilles, l'une convexe, l'autre concave.

- Q1.** Rappeler les lois de Snell-Descartes relatives à la réfraction, au moyen d'un schéma faisant apparaître les grandeurs utiles.
- Q2.** La figure 2 représente les lentilles plan convexe et plan concave, taillées dans un verre d'indice optique $n > 1$ et plongées dans l'air d'indice optique $n_{air} = 1$. Recopier la figure tracer qualitativement le suivi des rayons au travers du dioptré air/verre, puis du dioptré verre/air. Bien qu'aucun calcul ne soit attendu, détailler la démarche adoptée en utilisant la réponse à la question Q1.

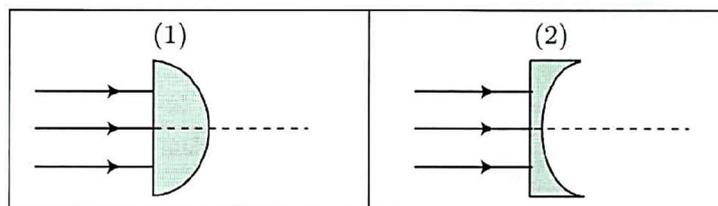


Figure 2 – Lentilles plan convexe (1) et plan concave (2)

- Q3.** En déduire la nature, convergente ou divergente de chaque lentille.

Dans la suite, les lentilles sont supposées minces et utilisées dans les conditions de Gauss. Chaque lunette de Galilée est composée d'une lentille (L_1) de distance focale $f'_1 > 0$ constituant l'objectif de la lunette, et d'une lentille (L_2) de distance focale $f'_2 < 0$, telle que $|f'_2| < f'_1$, constituant l'oculaire (voir figure 3). On note respectivement O_1 , F_1 et F'_1 le centre optique, le foyer principal objet et le foyer principal image de l'objectif. De même, on note respectivement O_2 , F_2 et F'_2 le centre optique, le foyer principal objet et le foyer principal image de l'oculaire.

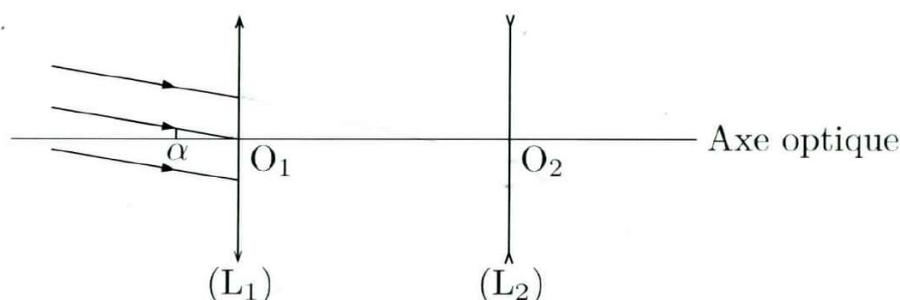


Figure 3 – Schéma optique de la lunette de Galilée

La lunette est réglée de façon à donner une image à l'infini d'un objet à l'infini, ce qui permet à l'observateur d'éviter toute fatigue. Dans ces conditions, la lunette est dite afocale.

- Q4.** Préciser et justifier la position relative des foyers des lentilles. En déduire l'encombrement $\ell = O_1O_2$ en fonction de f'_1 et de $|f'_2|$.
- Q5.** Recopier le schéma de la figure 3 et poursuivre le tracé des rayons incidents parallèles faisant un angle α avec l'axe optique et émergeant sous un angle α' avec l'axe optique.
- Q6.** L'image du fort à travers les jumelles apparaît-elle droite ou renversée par rapport au Fort observé à l'œil nu ? Justifier.
- Q7.** En se plaçant dans les conditions de Gauss, les angles α et α' sont petits : déterminer l'expression du grossissement de la lunette $G = \alpha'/\alpha$ en fonction de f'_1 et de $|f'_2|$.
- Q8.** Compte tenu des valeurs de grossissement et d'encombrement précisées en fin de partie, calculer la valeur des distances focales f'_1 et f'_2 .

On observe le Fort, de hauteur h , depuis l'Île d'Aix située à une distance d .

- Q9.** Sous quel angle le Fort est-il observé à l'œil nu ? Sous quel angle est-il observé à travers les jumelles ? Vérifier la validité des conditions de Gauss.

Données :

Hauteur du Fort Boyard : $h = 20$ m

Distance Île d'Aix-Fort Boyard : $d = 3,0$ km

Caractéristiques de la lunette de Galilée :

- grossissement : $G = 20$
- encombrement : $\ell = 25$ cm

Exercice 2 : Escale à Fort Boyard, composition chimique du gong

(D'après E3A PSI 2024)

Le gong de Fort Boyard permet de matérialiser le temps de l'aventure. Le gong désigne une variété d'instruments de musique de percussion en métal, originaires de l'Asie du Sud-Est. Sa sonorité est, entre autres, liée au matériau utilisé pour sa fabrication : le bronze, alliage de cuivre Cu et d'étain Sn . Cette sonorité dépend du pourcentage d'étain constituant le bronze. Le cuivre pur cristallise dans le système cubique faces centrées.

- Q10.** Représenter la maille conventionnelle, puis déterminer le nombre d'atomes de cuivre par maille. En adoptant le modèle des sphères dures indéformables, expliciter la relation entre le paramètre de maille a et le rayon métallique R_{Cu} .
- Q11.** Exprimer la masse volumique du cuivre ρ en fonction des données, puis calculer sa valeur.
- Q12.** Repérer puis dénombrer les sites octaédriques dans cette structure. Evaluer numériquement le rayon R_o d'un atome étranger pouvant occuper un tel site.
- Q13.** Le bronze est-il un alliage d'insertion ou de substitution ?

On propose un protocole expérimental permettant de mesurer le pourcentage massique d'étain du bronze constituant le gong. On plonge un échantillon du gong de masse $m = 3,00$ g dans une solution aqueuse d'acide chlorhydrique ($H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$) de volume $V = 0,50$ L et de concentration molaire $C = 0,10$ mol.L⁻¹. Un gaz se dégage ; son volume est mesuré grâce à un tube à dégagement introduit dans une éprouvette graduée remplie d'eau.

La figure 4 représente le diagramme E-pH de l'étain, tracé à 25°C pour une concentration totale en espèces dissoutes $c_T = 10^{-3}$ mol.L⁻¹. Il fait intervenir les espèces $SnO_{2(s)}$, $Sn_{(s)}$, $Sn^{2+}_{(aq)}$, $Sn^{4+}_{(aq)}$, $SnO_{3^{2-}(aq)}$ et $HSnO_{2^{-}(aq)}$.

Q14. Calculer le nombre d'oxydation de l'élément étain Sn dans les différentes espèces, puis attribuer à chacune d'elles son domaine d'existence ou de prédominance indiqué en chiffre romain dans le diagramme $E - pH$.

Q15. En utilisant le diagramme et la valeur de c_T , estimer la valeur du potentiel standard du couple $Sn^{2+}_{(aq)}/Sn_{(s)}$. Comparer à la valeur donnée en fin d'exercice.

Q16. Déterminer la pente séparant les domaines d'existence de $Sn_{(s)}$ et $SnO_{2(s)}$.

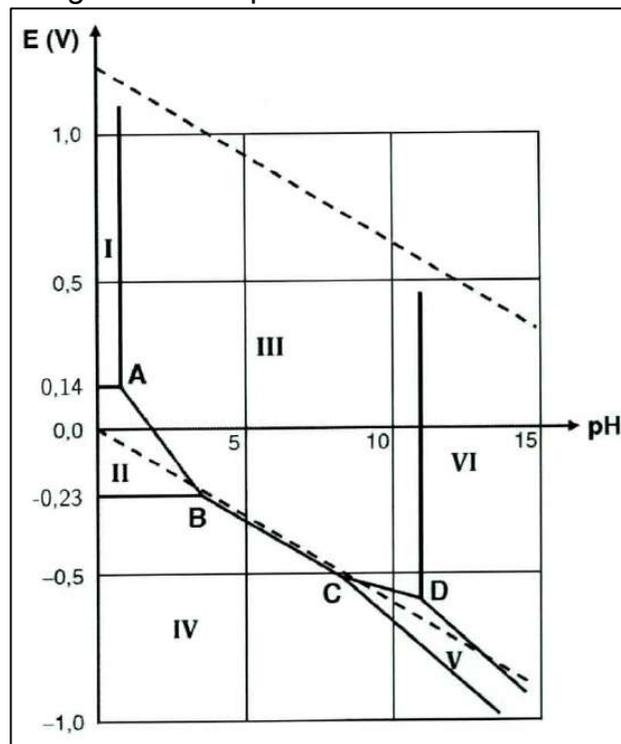


Figure 4: Diagramme E-pH de l'étain

On superpose au diagramme $E - pH$ de l'étain celui de l'eau, en traits pointillés (cf. figure 4), tracé à 25°C pour une pression totale en espèces gazeuses $P_T = 1$ bar.

Q17. Que peut-on dire des domaines de stabilité de $Sn_{(s)}$ et $H_2O_{(l)}$? En déduire l'équation de la réaction qui va se produire si on introduit un morceau d'étain $Sn_{(s)}$ dans une solution aqueuse très acide et identifier le gaz qui s'en échappe.

Par un raisonnement équivalent, on admet que l'introduction d'un morceau de cuivre $Cu_{(s)}$ dans une solution aqueuse très acide ne provoque aucune transformation chimique : le cuivre solide est stable dans l'eau en milieu acide.

Q18. Exprimer le volume molaire V_m d'un gaz supposé parfait en fonction de sa température T et de sa pression P . Calculer numériquement V_m à $T = 293$ K et $P = 1,013$ bar.

Q19. En appliquant le protocole proposé, on mesure en fin d'expérience un volume de gaz $V_f = 153$ mL. En détaillant votre raisonnement, déterminer la masse d'étain m_{Sn} dans l'échantillon de bronze étudié, puis son titre massique d'étain w_{Sn} .

Données :

Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹
 Constante des gaz parfaits : $R = 8,314$ J · K⁻¹ · mol⁻¹
 Propriétés atomiques :

Élément	Cu	Sn
Rayon métallique (pm)	128	151
Masse molaire (g · mol ⁻¹)	63,5	118,7

Potentiels standard :

	$Sn^{2+}_{(aq)}/Sn_{(s)}$	$O_{2(g)}/H_2O_{(l)}$	$H^+_{(aq)}/H_{2(g)}$
E° (V)	-0,137	1,23	0

Exercice 3 : Freinage d'une luge

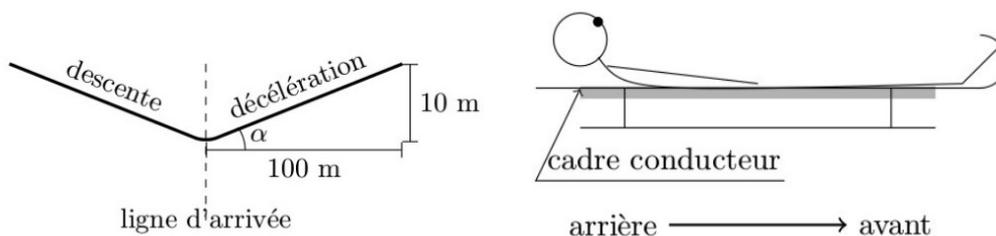
(D'après ATS 2013)

La luge est devenue un sport olympique en 1964 à Innsbruck (Autriche). Le lugeur est allongé, sur le dos et les pieds en avant, sur la luge qui glisse sur une piste de glace. Pour freiner, le lugeur ne peut compter que sur ses pieds car la luge ne comporte pas de frein. Les spécialistes peuvent atteindre des vitesses supérieures à 100 km/h.

Pour la modélisation, on assimile l'ensemble {luge+lugeur} (désigné par la suite par le terme simple de luge) à un point matériel M de masse $m = 100 \text{ kg}$. La piste est considérée comme un référentiel galiléen. L'accélération de la pesanteur est prise égale à $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

La luge franchit la ligne d'arrivée à la vitesse $v_a = 30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Dans cet exercice, les frottements sont négligés devant les autres forces en jeu.

Ralentissement mécanique



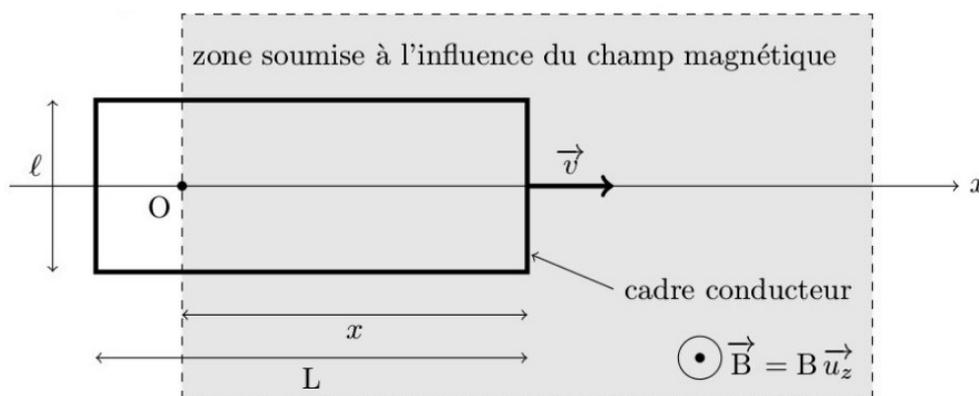
Q20. Le ralentissement à l'arrivée se fait sur une piste inclinée de 10% (on monte de 10 m quand on avance horizontalement de 100 m). On note l'angle d'inclinaison α . Déterminer la longueur L de la piste de ralentissement nécessaire pour que la luge passe de $v_a = 30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ à l'arrêt, en utilisant la conservation de l'énergie mécanique. Faire l'application numérique et conclure sur la faisabilité de cette méthode de ralentissement.

Ralentissement par induction

On cherche une autre solution que celle de la pente inclinée pour ralentir la luge : le freinage par induction. On fixe sous la luge un cadre métallique rigide, conducteur, rectangulaire, de résistance totale $R_c = 10^{-3} \Omega$ et de côtés $\ell \times L$ ($\ell = 50,0 \text{ cm}$ et $L = 100 \text{ cm}$).

La piste est horizontale et le long de l'axe Ox , dont l'origine O est fixée sur la ligne d'arrivée, avant la zone de freinage. L'origine des avant arrière temps est également fixée au passage de la ligne d'arrivée. L'axe Oz désigne la verticale ascendante.

Un dispositif crée un champ magnétique $\vec{B} = B \cdot \vec{u}_z$ ($B = 1,00 \text{ T}$) sur toute la piste de décelération.



Cadre conducteur entrant dans la zone magnétique

Q21. Décrire (sans calcul) les différentes phases du mouvement de la luge depuis la ligne d'arrivée jusqu'à ce qu'elle ait franchi complètement la zone soumise au champ magnétique, supposée ici d'une longueur supérieure à L .

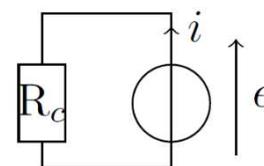
Q22. Le champ magnétique a une valeur de 1 T. Est-ce élevé ? Quel dispositif pourrait, par exemple, créer un champ de cette intensité ? Quelle est l'ordre de grandeur du champ magnétique terrestre ?

Dans la suite, on s'intéresse au mouvement du cadre lorsqu'il n'a pas entièrement pénétré dans la zone soumise à l'influence du champ magnétique \vec{B} .

Q23. Exprimer la surface S du cadre soumise au champ magnétique en fonction de ℓ et x . En déduire l'expression du flux magnétique Φ qui traverse le cadre dans le sens $+\vec{u}_z$ lorsqu'il pénètre dans la zone magnétique.

Q24. En utilisant la loi de Lenz-Faraday, exprimer la force électromotrice e qui apparaît dans le cadre en fonction de la vitesse v du cadre, de sa largeur ℓ et du champ magnétique B .

Q25. Le circuit électrique équivalent au cadre rectangulaire est constitué de la force électromotrice e et de la résistance R_c . On néglige l'inductance propre du cadre. Exprimer l'intensité i induite dans le cadre en fonction de B , ℓ , v et R_c .



Q26. Exprimer la force de Laplace élémentaire \vec{dF}_L , qui s'exerce sur un élément de cadre de longueur $d\ell$, parcouru par l'intensité i .

Q27. En déduire la résultante de la force de Laplace \vec{F}_L qui s'exerce sur le cadre, en fonction de l'intensité i , ℓ , B et d'un vecteur unitaire puis en fonction de R_c , v , ℓ , B et d'un vecteur unitaire. Commenter le sens de cette force.

Q28. Par application du principe fondamental de la dynamique en projection sur l'axe Ox , donner l'équation différentielle qui porte sur la vitesse v de la luge.

Q29. La solution de cette équation différentielle s'écrit $v(t) = v_a \cdot \exp(-\frac{t}{\tau})$

τ est le temps caractéristique du mouvement lorsque la luge pénètre dans la zone soumise au champ magnétique. Exprimer τ en fonction de B , m , ℓ et R_c . Faire l'application numérique.

Q30. Exprimer la position $x(t)$ de la luge en fonction de t , τ et v_a .

Q31. Calculer la durée T que met le cadre de longueur L pour pénétrer entièrement dans la zone magnétique.

Q32. En déduire l'expression de $v(T)$. Calculer numériquement la variation $\Delta v = v_0 - v(T)$ de vitesse de la luge entre les instants $t = 0$ et T .

Q33. Quelle est la vitesse de la luge une fois que le cadre est entièrement dans la zone soumise au champ magnétique ? Justifier. En déduire la longueur idéale de la zone soumise au champ magnétique.

Q34. La zone soumise au champ magnétique n'occupe pas toute la piste de décélération mais est limitée à la longueur idéale déduite précédemment. Que se passe-t-il lorsque le cadre conducteur sort de cette zone ?

Q35. On installe une alternance de zones magnétiques et non magnétiques. Combien de zones magnétiques sont nécessaires pour que la vitesse de la luge diminue jusque environ $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, vitesse à partir de laquelle le lugeur peut freiner avec ses pieds ? Quelle est alors la longueur de la piste de ralentissement ?

Q36. Donner un exemple d'utilisation de freinage par induction.

Exercice 4 : Le système GPS

(D'après E3A PC 2020)

Le principe du positionnement par GPS (Global Positioning System ou Géopositionnement Par Satellite) repose sur la mesure de la durée de transit d'un signal transmis par une onde électromagnétique (OEM) entre des satellites dont la position est exactement connue à tout instant, dénommés NAVSTAR (NAVigation Satellite Timing And Ranging) et un récepteur.

Cette durée est ensuite simplement convertie en distance puisqu'on connaît très précisément la célérité d'une OEM. Pour une précision optimale, un récepteur sur Terre doit « voir » au minimum quatre satellites simultanément.

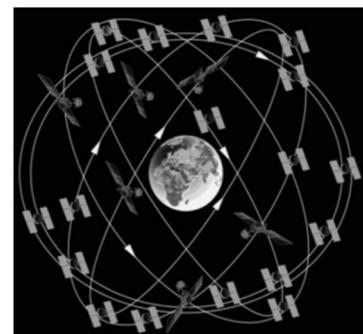


Figure 1 – Constellation satellite GPS

Le système fut mis en place par le département de la Défense des États-Unis à partir de 1973, à l'origine, uniquement à des fins militaires. Avec ses vingt-quatre satellites, il est devenu totalement opérationnel en 1995. Le 2 mai 2000, le président étatsunien Bill Clinton confirme l'intérêt de la technologie à des fins civiles et autorise une diffusion non restreinte des signaux GPS, permettant une précision de l'ordre d'une dizaine de mètres et une démocratisation de la technologie au grand public à partir du milieu des années 2000. De nos jours les récepteurs GPS se sont banalisés et ont envahi notre environnement quotidien (automobile, smartphones, montre connectée, etc).

Le système comprend vingt-quatre satellites placés sur des orbites pratiquement circulaires d'altitudes voisines de $2,00 \cdot 10^4$ km (voir figure 1). Les satellites sont placés sur six orbites dont le plan est incliné de 55° par rapport au plan de l'équateur. Ces orbites sont décalées en longitude de 60° . Sur chaque orbite, il y a quatre satellites. On notera pour information que les satellites ne sont pas régulièrement espacés sur leur orbite. Leur répartition a été choisie pour optimiser le nombre de satellites visibles en chaque point de la Terre à un instant « t ». Les zones les plus défavorisées sont voisines des pôles.

A/ Trajectoires de satellites

Dans tout le problème, le référentiel d'étude est le référentiel géocentrique supposé galiléen. Les données nécessaires sont regroupées à la fin de l'exercice.

Q37. Rappeler l'expression de la force de gravitation \vec{F} exercée par la Terre sur un satellite NAVSTAR. Le centre de la Terre est situé en O . On notera r la distance OM du satellite (masse ponctuelle m) placé au point M , $r > R_T$ où R_T est le rayon terrestre. On exprimera \vec{F} en fonction de la constante de gravitation universelle G , des autres données et on utilisera le vecteur unitaire noté habituellement \vec{u}_r en coordonnées sphériques (figure 2).

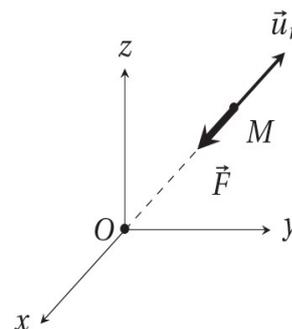


Figure 2 Repère sphérique

Q38. En ne prenant en compte que cette unique force d'attraction qui s'exerce sur le satellite, montrer que :

- sa trajectoire est plane et que sa vitesse aréolaire est constante ;
- son énergie mécanique notée E_m est conservée ;
- et qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$E_m = \frac{m}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 - \frac{A}{r} + \frac{B}{r^2}$$

avec A et B deux constantes positives à définir, s'exprimant en fonction de m , M_T , G et de la constante des aires C . L'énergie potentielle est prise nulle à l'infini.

Q39. Soit la fonction $E_{p,eff}(r) = -\frac{A}{r} + \frac{B}{r^2}$. Tracer son allure puis prouver qu'elle passe par un minimum noté r_0 . Exprimer r_0 en fonction de A et B puis donner sa signification physique ainsi que l'ordre de grandeur de sa valeur numérique pour un satellite NAVSTAR placé sur son orbite de travail. Comment est habituellement dénommée cette fonction $E_{p,eff}(r)$?

On donne la définition d'un jour sidéral terrestre : c'est la durée que met la Terre pour faire un tour sur elle-même par rapport au point vernal (point considéré comme fixe dans le référentiel héliocentrique), indépendamment de sa révolution autour du Soleil. Elle vaut environ 23 h 56 min 4 s.

Q40. Quelle est la période de révolution du satellite ? Comparer cette valeur à celle d'un jour sidéral et conclure.

Le placement d'un satellite sur son orbite définitive s'effectue très schématiquement en trois phases (figure 3) :

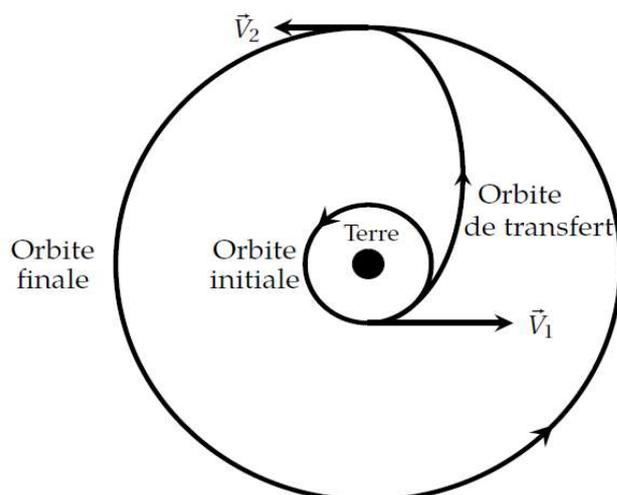


Figure 3 Orbites circulaires et orbite de transfert

Phase 1 : mise en orbite basse initiale supposée circulaire, de rayon $R_1 = R_T + h_1$, où $h_1 = 1,50 \times 10^3$ km.

Phase 2 : on fournit une très brève impulsion au satellite (vitesse V_1 après l'impulsion) pour le placer sur une orbite elliptique dite transfert (ou d'Hohmann) dont l'apogée se trouve sur l'orbite définitive.

Phase 3 : une seconde impulsion permet d'atteindre l'orbite finale supposée circulaire de rayon R_2 où la vitesse du satellite est V_2 .

Q41. Donner sans démonstration l'expression de l'énergie mécanique E_{m1} d'un satellite NAVSTAR de masse $m = 800$ kg sur son orbite basse à l'altitude $h_1 = 1,50 \cdot 10^3$ km. On suppose l'énergie potentielle nulle à l'infini. Application numérique.

Q42. Comparer E_{m1} à $E_{m0} = \alpha \cdot \cos^2(\lambda) - \beta$, énergie mécanique du satellite posé au sol, avant son décollage, de la base de lancement située à la latitude λ . Les valeurs de α et β sont $\alpha = 8,6 \times 10^7$ J et $\beta = 5,006 \times 10^{10}$ J. Quelle est la valeur optimale pour λ ? Faire l'application numérique pour cette valeur optimale. Conclure.

Q43. À partir de l'expression de l'énergie mécanique pour une trajectoire circulaire de rayon r , on peut montrer qu'il suffit de substituer au rayon r la valeur du demi-grand axe a de l'ellipse pour généraliser cette expression à une trajectoire elliptique. En déduire la valeur numérique de l'énergie mécanique E_{m12} sur l'orbite de transfert.

On suppose que la durée d'allumage des fusées est très courte (boost) devant la période de révolution et que le satellite n'a quasiment pas bougé durant cette phase.

Q44. En déduire la variation de vitesse ΔV_1 à appliquer au satellite pour qu'il passe de l'orbite basse à celle de transfert. Effectuer l'application numérique.

Q45. Quelle est la durée du transfert ? (*La troisième loi de Kepler est rappelée à la fin de l'exercice.*)

Pour réduire les coûts, on envisage d'autres trajectoires qui utilisent moins de satellites.

Q46. Définir ce qu'on appelle un satellite géostationnaire en précisant les caractéristiques de son orbite, son altitude, sa visibilité depuis un point donné de la Terre, son usage et toute autre donnée jugée digne d'intérêt. On pourra par exemple se poser la question si un tel satellite pourrait se trouver de manière permanente à la verticale d'une ville française en justifiant la réponse.

Q47. Serait-il envisageable d'utiliser uniquement des satellites géostationnaires dans un système GPS ? Expliciter votre réponse.

B/ Oscillateur à quartz

Les satellites GPS sont équipés d'horloges atomiques qui utilisent la pérennité et l'immuabilité de la fréquence du rayonnement électromagnétique émis par un électron lors du passage d'un niveau d'énergie à un autre pour assurer l'exactitude et la stabilité du signal oscillant qu'elle produit.

On donne la définition de la seconde du Système International d'Unités (SI), où $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$: La fréquence de la transition hyperfine de l'état fondamental de l'atome de césium 133 non perturbé, $\Delta\nu_{CS}$, est égale à 9 192 631 770 Hz.

Dans toute cette partie, on suppose que les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide à la célérité c .

Q48. Si on veut une précision de l'ordre de 10m lors de la mesure de localisation GPS, quelle est la précision sur la mesure de la durée du trajet de l'onde électromagnétique entre le satellite et le récepteur ? Une horloge atomique satisfait-elle cette exigence ?

Dans un article scientifique de vulgarisation consacré au GPS, on peut lire le texte suivant : « Les effets de la courbure de l'espace-temps prédits par la théorie de la relativité d'Einstein se vérifient concrètement sur les horloges atomiques des satellites GPS qui dérivent de 38 μs par jour. »

Q49. Déduire de cette remarque l'ordre de grandeur de la dérive journalière en distance sur un récepteur GPS si ces effets relativistes n'étaient pas pris en compte et bien entendu corrigés systématiquement.

Q50. Les récepteurs sont équipés, pour des raisons évidentes de coûts, d'horloge classiques dites « à quartz », dont la dérive est d'environ ± 1 seconde par mois. Cette valeur est-elle compatible avec la précision attendue ? Conclure.

Ces horloges utilisent les propriétés mécaniques et électriques (piézo-électricité) des cristaux de quartz dont le symbole et le schéma électrique équivalent sont donnés sur la figure 4.

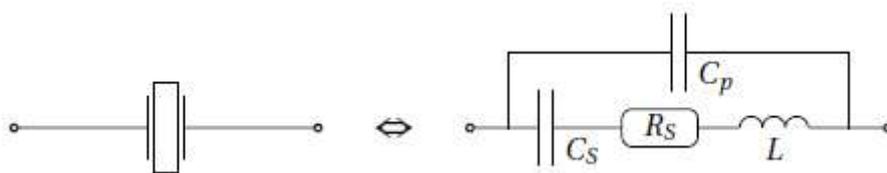


Figure 4 : Modèle électrique d'un quartz

Q51. Établir l'expression simplifiée de l'impédance complexe Z du quartz en fonction de la pulsation ω **en négligeant la résistance** R_S et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{1}{j \cdot C_{eq} \cdot \omega} \cdot \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_s^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_p^2}}$$

Quelles sont les expressions de C_{eq} , ω_s et ω_p en fonction de L , C_S (associé à ω_s) et C_P (associé à ω_p) ? Tracer l'allure du module $|\underline{Z}|$ en fonction de ω .

Q52. Les valeurs numériques du modèle d'un quartz horloger prévu pour osciller à une fréquence $f_0 = 2^{15}$ Hz ont été mesurées avec précision et sont les suivantes :

$$L = 11395 \text{ H} ; C_S = 2,071 \times 10^{-15} \text{ F} ; C_P = 3,05 \text{ pF} ; R_S = 28,57 \text{ k}\Omega.$$

Parmi ces quatre valeurs, quelles sont celles dont l'ordre de grandeur est inhabituel ?

Le pic de résonance de ce filtre permet de sélectionner précisément la fréquence de l'horloge, la largeur de ce pic déterminant la précision de l'horloge. Malheureusement, les quartz utilisés en horlogerie ne sont pas assez précis pour être utilisés dans les systèmes GPS. Pour palier ce problème, on utilise un quatrième satellite pour donner une référence de temps (3 satellites suffisent pour se repérer par triangulation).

Données pour l'exercice 4

Constantes fondamentales :

- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 299792458 \text{ m.s}^{-1}$
- Charge élémentaire : $e = 1,602176634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Constante de gravitation universelle : $G = 6,67430 \cdot 10^{-11} \text{ U.S.I.}$

Formulaire :

- Masse de la Terre : $M_T = 5,9722 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- Rayon terrestre : $R_T = 6,371 \cdot 10^3 \text{ km}$

Troisième loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$$

où T est la période révolution et a le demi-grand axe de l'ellipse.