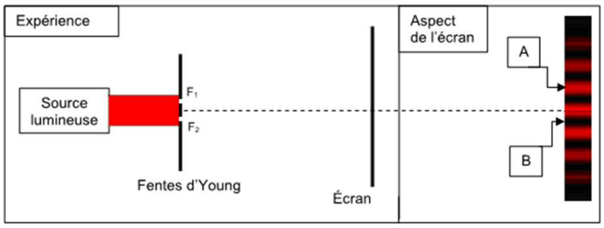
Introduction à la physique quantique

Plan du cours

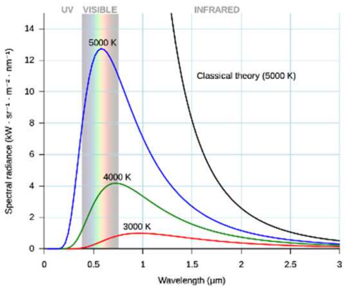
1. Dualité onde/corpuscule

1.1. Description de la lumière

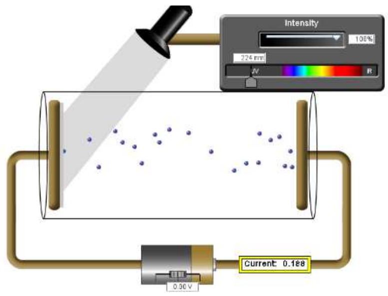


Bref historique

- Depuis l'expérience de Thomas Young en 1801, la lumière est considérée comme une ***onde*** puisque on observe des ***interférences***.



- A la fin du XIX^{ème} siècle, les physiciens s'interrogent sur la densité spectrale du ***rayonnement du corps noir***. Planck résout le problème en supposant que les échanges d'énergie sont ***quantifiés*** (mais associe cette quantification plutôt au corps noir et on à la lumière).

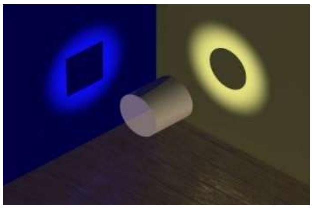


- En 1897, mise en évidence de l'effet photoélectrique par Heinrich Hertz. En 1900, ***expérience de Philipp Lenard*** (prix Nobel 1905) qui étudie plus quantitativement cet effet qui ne peut être expliqué par une approche ondulatoire.
- Albert Einstein propose le ***modèle du photon*** et relie l'énergie de ce photon à la fréquence de l'onde électromagnétique associée.

Propriétés : Propriétés du photon

- le photon possède une ***masse nulle*** ;
- le photon se déplace à la ***vitesse de la lumière*** (c = 3,00.10^8 m.s^{-1} dans le vide) selon la direction et le sens de l'onde lumineuse ;
- le photon associé à une lumière de fréquence ν (exprimée en Hz) et de longueur d'onde λ possède :
  - l'***énergie*** (en Joule) : $\boxed{E_{photon} = h.\nu = h.\frac{c}{\lambda}}$
  - la ***quantité de mouvement*** (= impulsion) : $\boxed{p = \frac{h}{\lambda}}$

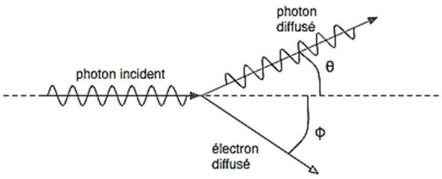
Avec h la ***constante de Planck*** : $h = 6,63.10^{-34}$ J.s (et $\hbar$ la constante de Planck réduite : $\hbar = \frac{h}{2\pi}$).
Les deux relations précédentes s'appellent les ***relations de Planck-Einstein***.
Sous forme vectorielle, avec $\vec{k}$ le vecteur d'onde, on écrit : $\vec{p} = \hbar.\vec{k}$.



Principe : Principe de complémentarité de Bohr :

Les aspects corpusculaire et ondulatoire sont deux représentations complémentaires d'une seule et même chose. Tout dépend « où, quand et comment » on l'observe.

Autre effet nécessitant le modèle du photon : ***effet Compton*** (prix Nobel 1927)



Diffusion Compton: Collision d'un photon avec un électron au repos

Lorsqu'un photon incident entre en collision avec un électron libre (ou plus précisément avec un électron faiblement lié) d'un atome, l'électron est éjecté de l'atome, qui est donc ionisé, tandis qu'un photon est diffusé. Arthur Compton a, en 1923, observé l'allongement de la longueur d'onde (qui traduit une perte d'énergie) du photon dans cette diffusion. Cet effet, appelé effet Compton, ne peut s'expliquer que par le recours au modèle du photon.

1.2. Description de la matière

En 1924, Louis De Broglie propose d'étendre le principe de dualité onde-particule à la matière (prix Nobel en 1929) :

Propriétés : Comportement ondulatoire de la matière

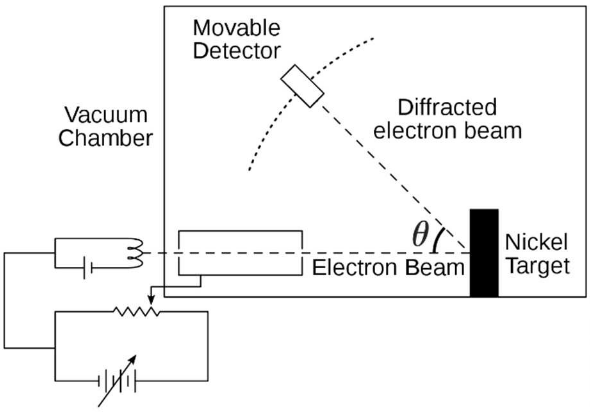
Toute particule matérielle peut présenter un caractère ondulatoire.
On parle d'***onde de matière***.

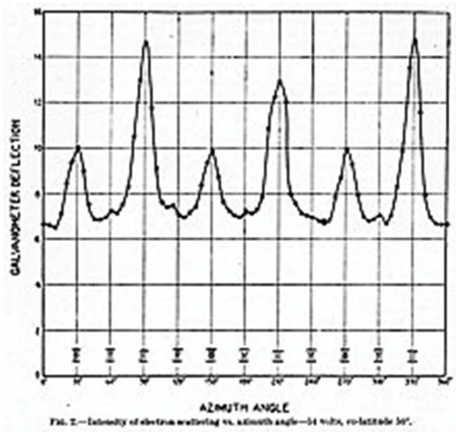
Ainsi, à une particule matérielle libre de quantité de mouvement $\vec{p}$ est associée une onde de longueur d'onde λ. La relation entre $p = ||\vec{p}||$ et λ est nommée ***relation de De Broglie*** :

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

avec h la ***constante de Planck*** et $\vec{p} = m.\vec{v}$ pour une particule non relativiste.

<u>*Première preuve expérimentale*</u> : ***expérience de Davisson et Germer*** (prix Nobel 1937 pour Davisson)





Détection de directions privilégiées (les pics de détection quand on fait varier la position du détecteur) : ces directions correspondent à des ***interférences constructives*** des ondes associées aux électrons !

Méthode : Particule classique ou quantique ?

- Calculer la ***longueur d'onde*** λ ***de De Broglie*** de la particule.
- Comparer λ à la taille caractéristique L de l'environnement avec lequel la particule interagit :
  - Si $\lambda \ll L$, alors les résultats expérimentaux pourront être interprétés avec la physique classique car les effets quantiques sont négligeables : on parlera de « ***particule classique*** » ;
  - Si $\lambda \approx L$, alors il faut étudier la particule dans le cadre de la mécanique quantique pour expliquer les résultats expérimentaux : on parlera de « ***particule quantique*** ».

2. Introduction au formalisme quantique

2.1. Fonction d'onde et probabilités

Définition : Fonction d'onde

Pour décrire l'onde de matière associée à une particule (on parle d'état du système quantique), on définit une ***fonction d'onde complexe*** $\psi(M,t)$ au point M à l'instant t.

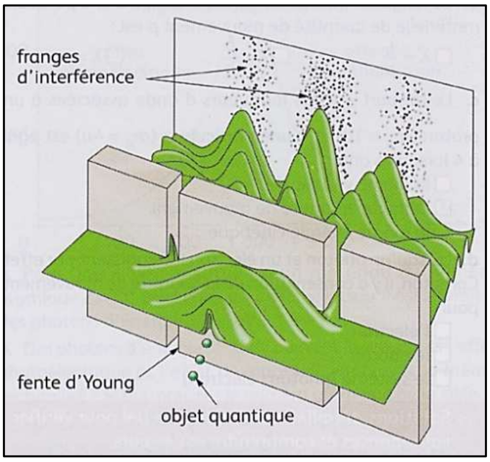
Cette fonction d'onde $\psi(M,t)$ est reliée à la ***probabilité***, notée dP, que la particule soit présente dans un volume mésoscopique dV autour d'un point M à l'instant t :

$$dP = |\psi(M,t)|^2 . dV \iff |\psi(M,t)|^2 = \frac{dP}{dV}$$

$|\psi(M,t)|^2$ est la ***densité volumique de probabilité de présence*** de la particule au point M à l'instant t. La fonction d'onde ψ est appelée ***amplitude de probabilité***.

Méthode : Interprétation d'une expérience d'interférences « particule par particule » en termes probabilistes

- Chaque particule individuelle a un ***unique point d'impact*** : elle se comporte donc bien comme ***un corpuscule***.
- Le point d'impact est ***aléatoire*** : on ne peut pas prévoir à l'avance sa position sur le détecteur.
- Lorsque le nombre de particules incidentes est important, elles respectent une ***loi de probabilité*** et forment le motif caractéristique des franges d'interférences. Les franges s'interprètent comme une alternance de zones où la particule a une probabilité de présence minimale (franges sombres) ou maximale (franges claires).



2.2. Relation d'indétermination d'Heisenberg

Dans la description quantique, le caractère ondulatoire de la particule a pour conséquence qu'il n'est plus possible de connaître simultanément la position et la quantité de mouvement de la particule quantique avec une précision aussi grande que l'on veut (indépendamment des incertitudes de mesure).

Loi : Relation d'indétermination d'Heisenberg

Soit une particule quantique astreinte à se déplacer sur (Ox).
Même avec une ***erreur expérimentale nulle***, des mesures réalisées sur un ensemble de particules préparées dans un même état quantique présenteraient des ***dispersions*** Δx et Δp_x vérifiant l'***inégalité de Heisenberg*** :

$$\Delta x . \Delta p_x \geq \hbar/2$$

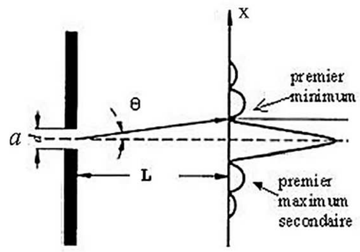
Avec :

- Δx l'indétermination sur la position de la particule ;
- Δp_x l'indétermination sur la quantité de mouvement suivant l'axe (Ox) de la particule.
- $\hbar$ la constante de Planck réduite : $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

On parle d'***indétermination quantique***.

Méthode : Établir par analogie avec la diffraction des ondes lumineuses, l'inégalité en ordre de grandeur : $\Delta p.\Delta x \geq \hbar$.

Considérons une fente de largeur a, éclairée en incidence normale par une lumière de longueur d'onde λ.



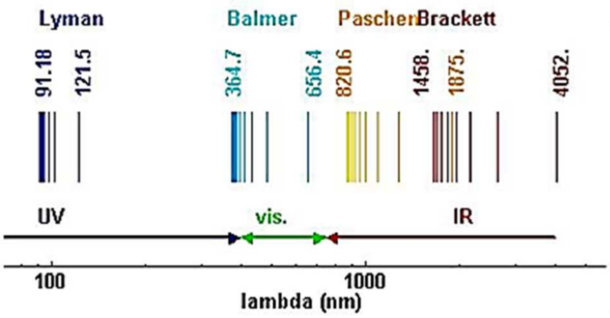
- Si un photon passe au travers de la fente, c'est qu'il est localisé entre les abscisses $x = -a/2$ et $x = a/2$, et donc sa position est mesurée avec l'indétermination :
$$\Delta x \approx a$$
- Suite au passage par la fente, les photons présentent une variété de projections selon (Ox) de la quantité de mouvement. Ainsi, p_x peut prendre toutes les valeurs entre $\pm\Delta p_x$, autour de la valeur moyenne nulle liée à l'incidence normale. En considérant de petits angles :
$$\Delta p_x \approx p.\sin(\theta)$$
où θ est le demi angle d'ouverture associé au phénomène de diffraction.
- Or d'après la relation de diffraction on a $\sin(\theta) = \lambda/a$.
- On en déduit que : $\Delta x.\Delta p_x \approx a.p.\sin(\theta) = \lambda.p$.
- On utilisant la relation de De Broglie, on retrouve, en OdG, la ***relation d'Heisenberg*** :
$$\Delta x.\Delta p_x \approx h$$

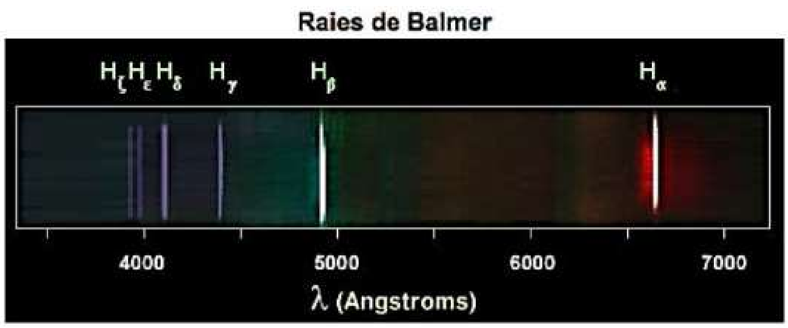
➔ En localisant la particule avec précision à l'aide d'une fente étroite, on introduit une dispersion sur sa quantité de mouvement.

3. Quantification de l'énergie

3.1. Spectre d'émission de l'Hydrogène

Pour un atome donné, les longueurs d'ondes des spectres d'émission et d'absorption prennent des valeurs bien déterminées, caractéristiques de l'atome considéré. La physique classique ne permet pas d'expliquer cette constatation expérimentale, elle relève de la physique quantique.





Si l'électron pouvait avoir n'importe quelle énergie (mécanique) au sein de l'atome (continuum d'énergie) alors le spectre d'émission serait continu. Puisque le spectre d'émission est discontinu, il faut donc conclure que l'électron ne peut pas avoir n'importe quelle énergie, c'est-à-dire que seules certaines valeurs d'énergie sont accessibles : **l'énergie des électrons au sein d'un atome est quantifiée**.

3.2. Modèle de Bohr de l'atome d'Hydrogène

Le modèle de Bohr est un complément du modèle classique (dit « planétaire ») qui décrit l'atome d'hydrogène comme un proton ponctuel fixe, autour duquel gravite un électron, assimilé à un point M de masse m.

Modèle : Modèle semi-classique de Bohr de l'atome d'hydrogène

Pour expliquer les raies du spectre de l'atome d'hydrogène observées expérimentalement, Bohr a proposé un modèle qui s'appuie sur les hypothèses suivantes :

- Postulat mécanique : dans un référentiel galiléen lié au noyau O, le ***module du moment cinétique*** de M par rapport à O ***est quantifié*** :

$$\left\|\overrightarrow{\mathcal{L}_O}(M)\right\| = \left\|\overrightarrow{OM} \wedge \vec{p}\right\| = n.\hbar$$

avec $n \in \mathbb{N}*$ et $\hbar$ est la constante de Planck réduite.
Cette hypothèse est reliée à l'existence d'orbites circulaires sur lesquelles l'électron, bien qu'accéléré, ne rayonne pas. On suppose donc que M décrit une trajectoire circulaire de centre O avec une énergie mécanique constante.
- Postulat optique : le mouvement d'un électron d'une orbite à l'autre se traduit par l'émission ou l'absorption d'énergie électromagnétique.

Propriétés : Conséquences de la quantification du moment cinétique

L'hypothèse de quantification du moment cinétique orbital impose :

- la ***quantification du rayon de l'orbite*** de l'électron :

$$r_n = n^2.a_0$$

avec $a_0 = 4\pi\varepsilon_0.\frac{\hbar^2}{m.e^2} \approx 53\ pm$, nommé ***rayon de Bohr***.

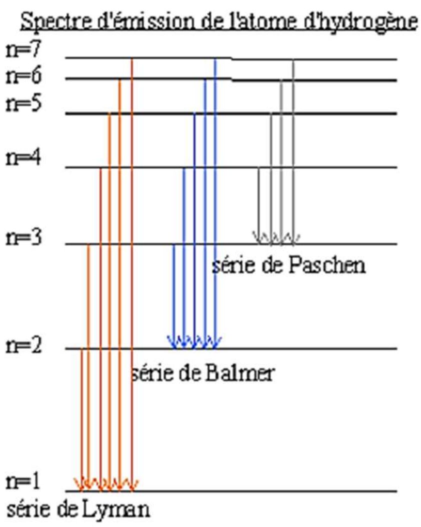
- la ***quantification de l'énergie mécanique de l'électron*** :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}$$

avec $E_0 = \frac{m.e^4}{32\pi^2.\varepsilon_0^2.\hbar^2} \approx 13{,}6\ eV$, nommé ***énergie de Rydberg***.

Succès et limites du modèle semi-classique de Bohr

- Le ***modèle semi-classique*** de Bohr permet d'interpréter le spectre de raies de l'atome d'hydrogène (voir ci-contre).
À ce titre, il a eu son heure de gloire et a permis de faire accepter l'idée que la quantification des grandeurs physiques est nécessaire à l'échelle atomique.
- Cette théorie ne peut expliquer le spectre d'éléments à plusieurs électrons (comme celui de l'hélium), ni la nature des liaisons chimiques, et elle est totalement abandonnée au profit de la mécanique quantique à partir de 1925.
- La description correcte des électrons des atomes est ***purement quantique*** : il faut considérer l'onde de matière correspondant à un électron et résoudre l'équation de Schrödinger qui régit le comportement des systèmes quantiques.



AU PROGRAMME

Notions et contenus	Capacités exigibles	Dans les exercices
Dualité onde-particule pour la lumière et la matière		
Photon : énergie et impulsion.	▪ Décrire un exemple d'expérience mettant en évidence la nécessité de la notion de photon.	
Onde de matière associée à une particule. Relation de de Broglie.	▪ Décrire un exemple d'expérience mettant en évidence le comportement ondulatoire de la matière. ▪ Évaluer des ordres de grandeurs typiques intervenant dans des phénomènes quantiques.	
Introduction au formalisme quantique		
Fonction d'onde : introduction qualitative, interprétation probabiliste.	▪ Interpréter une expérience d'interférences (matière ou lumière) « particule par particule » en termes probabilistes.	Ex.3
Inégalité de Heisenberg spatiale.	▪ Établir par analogie avec la diffraction des ondes lumineuses, l'inégalité en ordre de grandeur : $\Delta p.\Delta x \geq \hbar$.	Méthode Sec. 2.2
Quantification de l'énergie		
Modèle planétaire de Bohr. Limites.	▪ Exploiter l'hypothèse de quantification du moment cinétique orbital pour obtenir l'expression des niveaux d'énergie électronique de l'atome d'hydrogène.	Ex.4

Exercices

Exercice 1 : Utilisation de la relation de Planck-Einstein (★☆☆)

Un émetteur radio émet un signal de fréquence 105,5 MHz et de puissance 100 kW.

Q1. Evaluer le nombre de photons qu'il émet par seconde.

La lumière d'un faisceau LASER est émise par des atomes effectuant une transition entre deux niveaux d'énergie distants de 2,28 eV.

Q2. Quelle est la couleur de ce LASER ?

Le flux solaire au niveau du sol terrestre vaut, par beau temps, environ Φ_S = 1000 W.m^{-2}. On suppose que les photons solaires une longueur d'onde moyenne λ_m = 500nm. On considèrera que quand on regarde le soleil, la pupille, très peu ouverte, a un diamètre d = 3 mm.

Q3. Trouver l'ordre de grandeur du nombre N de photons qui traversent la pupille d'un homme qui regarde directement le soleil, pendant une durée Δt = 1,0 s.

Exercice 2 : Longueur d'onde de de Broglie (★☆☆)

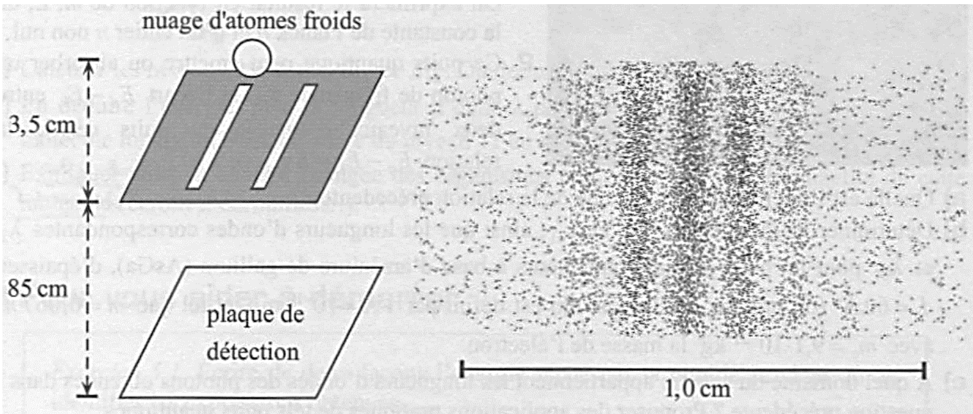
Q1. Calculer la longueur d'onde de de Broglie d'un homme de 75 kg marchant à 5,0 km/h. Comparer à la largeur de la porte de votre chambre et conclure.

Q2. Quelle énergie, en électronvolts, doit-on communiquer à des électrons (de masse m_e = 9,11.10^{-31} kg) pour que leur longueur d'onde de de Broglie soit égale à 0,1 nm ?

Q3. Calculer les longueurs d'ondes de de Broglie pour un électron et un proton (de masse m_p = 1,67.10^{-27} kg) dont les énergies cinétiques valent toutes deux 100 eV.

Exercice 3 : Expérience de Shimizu et Takuma (★★☆)

En 1992, les physiciens japonais Shimizu et Takuma réalisaient une expérience d'interférences atomiques : un nuage d'atomes de néon est lâché sans vitesse initiale à 3,5 cm au-dessus d'un écran percé de deux fentes parallèles, de largeur égale à 2,0 µm et distantes de d = 6,0 µm. Les atomes sont alors détectés sur une plaque située à une distance D = 85 cm à l'aplomb du plan des fentes. Chaque point noir sur la plaque réceptrice représente l'impact d'un atome (cf. figure ci-dessous, à droite).



Q1. Comment se manifestent respectivement les caractères corpusculaire et ondulatoire des atomes de néon dans cette expérience ?

Q2. Déterminer l'ordre de grandeur de la longueur d'onde λ des atomes de néon dans ce dispositif interférentiel. On rappelle l'expression de l'interfrange i dans une expérience de type fentes de Young avec écran à grande distance :

$$i = \frac{\lambda D}{d}$$

Q3. En déduire un ordre de grandeur de la vitesse v des atomes de néon au cours de leur chute. On donne la masse molaire du néon : M = 20 g.mol^{-1} et le nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}_A$ = 6,0.10^{23} mol^{-1}

Exercice 4 : Modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène (★★☆)

L'expérience de Rutherford a prouvé qu'un atome avait une structure lacunaire, composée essentiellement de vide.

Ernest Rutherford propose donc un modèle planétaire de l'atome d'hydrogène, où l'électron (masse m, charge $-e$) est en orbite circulaire de rayon r autour d'un proton P (charge $+e$) qu'on supposera fixe dans le référentiel d'étude.

Données :

- constante de Planck h = 6,6.10^{-34} J.s ;
- vitesse de la lumière dans le vide c = 3,0.10^{8} m.s^{-1} ;
- permittivité diélectrique du vide ε_0 = 8,85.10^{-12} F.m^{-1} ;
- charge élémentaire e = 1,6.10^{-19} C ;
- masse de l'électron m = 9,1.10^{-30} kg ;
- 1,0 eV = 1,6.10^{-19} J.

Q1. Exprimer la force exercée par le proton sur l'électron. En déduire l'énergie potentielle à laquelle est soumis l'électron.

Q2. Déterminer la relation entre la vitesse v de l'électron et le rayon r de l'orbite, puis exprimer l'énergie mécanique de l'électron en fonction du rayon r de l'orbite.

Q3. Relier l'énergie potentielle de l'électron à son énergie mécanique.

Pour rendre compte du spectre de raies discret de l'atome d'hydrogène et de sa stabilité, Niels Bohr postule que l'électron ne peut occuper que certaines orbites stables de rayons r_n tel que le moment cinétique de l'électron par rapport au point P vérifie une condition de quantification

$$L_P(n) = n.\hbar$$

où n est un entier naturel non nul appelé nombre quantique principal et $\hbar = h/2\pi$ la constante de Planck réduite.

Q4. Exprimer le moment cinétique de l'électron L_P en fonction de r_n seulement.

Q5. En déduire en fonction de n les rayons r_n des orbites permises pour l'électron.

Q6. Montrer alors que l'énergie mécanique de l'électron peut s'écrire sous la forme

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}$$

Calculer numériquement E_0.

Q7. La condition de quantification peut se retrouver de manière élégante en termes d'ondes de matière. Rappelons que la longueur d'onde de de Broglie associée à une particule se déplaçant à la vitesse v vaut $\lambda = \frac{h}{m.v}$. Montrer que la condition de quantification peut s'écrire sous la forme

$$2\pi.r_n = n.\lambda$$

Comment interpréter cette condition en termes ondulatoires ?