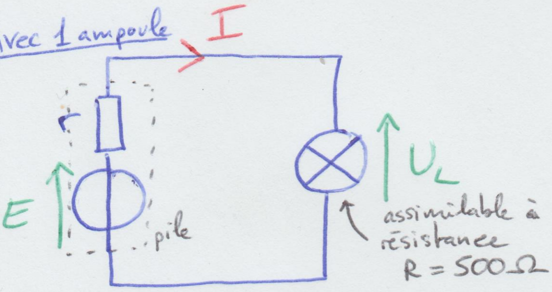
DM1 | Electrocinétique

Exercice 1

Q1: " Si une ampoule est détériorée, les autres ampoules doivent continuer à s'illuminer."

↳ association parallèle

Q2 : Avec 1 ampoule



Pont diviseur de tension :

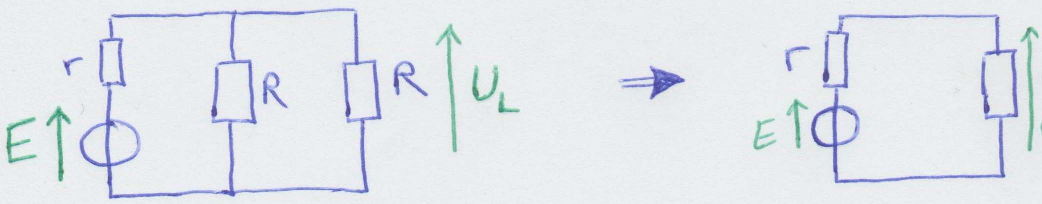
$$\boxed{U_L = \frac{R \cdot E}{R+r}}$$

AN : $U_L = 12{,}4\,V$

$$U_L > 2V$$

↳ La lampe s'allume.

Q3 : Avec 2 ampoules (en parallèle)



$R_{eq} = \frac{R.R}{R+R} = \frac{R}{2}$

Pont diviseur de tension :

$$\boxed{U_L = \frac{R/2 \cdot E}{R/2 + r}}$$

AN : $U_L = 12{,}3\,V$

$$U_L > 2V$$

↳ La lampe s'allume.

Q4 : Avec n ampoules :

$$R_{eq} = \frac{R}{n} \Rightarrow \boxed{U_L = \frac{R/n \cdot E}{R/n + r}}$$

On cherche n par $U_L < U_{seuil}$ (avec $U_{seuil} = 2V$) $\Rightarrow \frac{R/n \cdot E}{\frac{R}{n} + r} < U_{seuil}$

$$\Rightarrow \frac{R}{n} \cdot E < U_{seuil}\left(\frac{R}{n} + r\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{R}{r} \cdot \frac{(E - U_{seuil})}{U_{seuil}} < n}$$

AN : $n > 525$

↳ On peut mettre jusqu'à 525 lampes en parallèle.

Exercice 2 : Montage courte ou longue dérivation

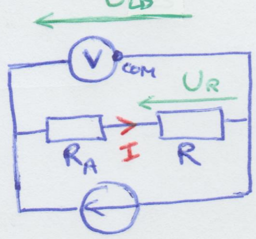
Q1 :
- Dans le montage "longue dérivation", l'ampèremètre mesure bien le véritable courant passant dans la résistance mais le voltmètre mesure la tension aux bornes de l'ensemble "résistance + ampèremètre".

$$\begin{cases} I_{mes} = I_R \\ U_{mes} \neq U_{mes} \end{cases}$$

- Dans le montage "courte dérivation", le voltmètre mesure bien la véritable tension aux bornes de la résistance mais l'ampèremètre mesure le courant passant dans l'ensemble "résistance + voltmètre".

$$\begin{cases} I_{mes} \neq I_R \\ U_{mes} = U_R \end{cases}$$

Q2 : Montage longue dérivation : on remplace l'ampèremètre par sa résistance interne.



avec $I = I_R = I_{LD}$

et d'après le pont diviseur de tension

$$U_R = \frac{R}{R+R_A} \cdot U_{LD}$$

On a donc :

$$R_{LD} = \frac{U_{LD}}{I_{LD}} = \frac{R+R_A}{R} \times \frac{U_R}{I_R} = \frac{R+R_A}{R} \times R \Rightarrow \boxed{R_{LD} = R + R_A}$$

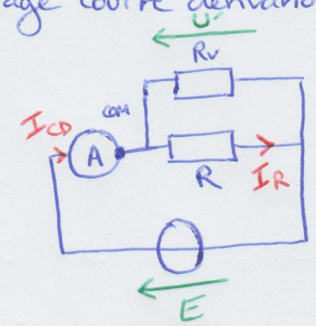
Erreur systématique : $\boxed{\varepsilon_{LD} = \frac{|R+R_A-R|}{R} = \frac{R_A}{R}}$

AN : $R_1 = 100\,\Omega \rightarrow \varepsilon_{LD_1} = \frac{10}{100} = 10\%$

$R_2 = 1000\,\Omega \rightarrow \varepsilon_{LD_2} = \frac{10}{1000} = 1\%$

$R_3 = 100\,k\Omega \rightarrow \varepsilon_{LD_3} = 10^{-4} = 0{,}01\%$

Q3 : Montage courte dérivation : on remplace le voltmètre par sa résistance interne.



avec $U' = U_R = U_{CD}$

et d'après le pont diviseur de courant

$$I_R = \frac{R_V}{R_V+R} \cdot I_{CD}$$

On a donc :

$$R_{CD} = \frac{U_{CD}}{I_{CD}} = \frac{U_R}{\frac{R_V+R}{R_V} \cdot I_R} = \frac{R_V}{R_V+R} \cdot \frac{U_R}{I_R} = \frac{R_V \cdot R}{R_V+R} \Rightarrow \boxed{R_{CD} = \frac{R_V \cdot R}{R_V+R}}$$

Erreur systématique : $\boxed{\varepsilon_{CD} = \frac{|R_{CD}-R|}{R} = \frac{\left|\frac{R_V \cdot R}{R_V+R} - R\right|}{R} = \frac{R}{R_V+R}}$

AN : $R_1 = 100\,\Omega \rightarrow \varepsilon_{CD_1} \approx 10^{-4} = 0{,}01\%$

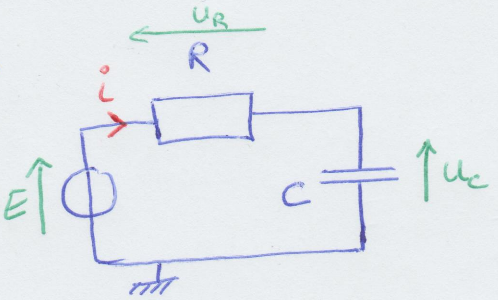
$R_2 = 1000\,\Omega \rightarrow \varepsilon_{CD_2} = 10^{-3} = 0{,}1\%$

$R_3 = 100\,k\Omega \rightarrow \varepsilon_{CD_3} = 9{,}1\%$

Q4 : Conclusion :
- Pour des valeurs intermédiaires (comprise en $10 \times R_A$ et $\frac{R_V}{10}$), on peut utiliser indifféremment les 2 méthodes. L'erreur commise dans ce cas est faible.
- Pour des valeurs de résistance R faible ($< 10 \cdot R_A$), il vaut mieux utiliser la méthode de courte dérivation.
- Pour des valeurs de résistance R élevée ($> \frac{R_V}{10}$), il vaut mieux utiliser la méthode de longue dérivation.

Exercice 3 : Circuit RC

Q1 pour $t>0$



- Loi des mailles : $E = u_R + u_C$
- Loi d'Ohm : $u_R = R.i$
- Condensateur : $i = C.\frac{du_C}{dt}$

$$\Rightarrow E = R.C.\frac{du_C}{dt} + u_C$$

forme canonique $\Rightarrow$ $\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{R.C}}$ réponse A

Q2 : Résolution :

$$u_C(t) = \underbrace{A.\,e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{solution homogène}} + \underbrace{E}_{\text{solution particulière}}$$

Avec les conditions initiales :

$$u_C(t=0) = \frac{q_0}{C} = A + E \quad \Rightarrow \quad A = \frac{q_0}{C} - E$$

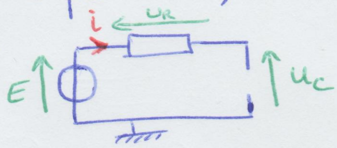
Donc $\boxed{u_C(t) = \frac{q_0}{C}e^{-\frac{t}{RC}} + E\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$

réponse C

on pouvait éliminer les autres réponses car elles ne donnent pas $u_C(t\to\infty) = E$.

Q3 : En régime permanent, le condensateur est équivalent à un circuit-ouvert :

$t \to \infty$:



on a donc $i = 0 \Rightarrow u_R = R.i = 0$

$\Rightarrow u_C = E - u_R = E$

$\Rightarrow \boxed{u_C(t\to\infty) = E}$ réponse D

Q4 :

$$i(t) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{loi} \\ \text{d'Ohm}}}{=} \frac{u_R(t)}{R} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{loi} \\ \text{des mailles.}}}{=} \frac{E - u_C(t)}{R} = \frac{E}{R}e^{-t/RC} - \frac{q_0}{RC}e^{-t/RC} \Rightarrow \boxed{i(t) = \left(\frac{E}{R} - \frac{q_0}{RC}\right)e^{-t/RC}}$$

réponse A

(on peut aussi utiliser $i(t) = C\frac{du_C}{dt}$)

Q5 :

$$\boxed{\mathcal{E}_e = \int_0^\infty E.i.dt = E.\int_0^\infty i(t).dt = E.\int_0^\infty \left(\frac{E}{R} - \frac{q_0}{RC}\right).e^{-t/RC}dt = C.E^2 - E.q_0}$$

réponse A

Q6 :

$$\boxed{\mathcal{E}_C} = \text{énergie stockée à la fin} - \text{énergie stockée au début} = \frac{1}{2}.C.E^2 - \frac{1}{2}.C.\left(\frac{q_0}{C}\right)^2 = \boxed{\frac{CE^2}{2} - \frac{q_0^2}{2C}}$$

réponse A

on pouvait vérifier que le cas limite $q=0$ conduit au cas classique du cours.

D'après la conservation de l'énergie :

$$\boxed{\mathcal{E}_R = \mathcal{E}_e - \mathcal{E}_C = CE^2 - E.q_0 - \frac{CE^2}{2} + \frac{q_0^2}{2C} = \frac{CE^2}{2} - E.q_0 + \frac{q_0^2}{2C}}$$

réponse C

on peut aussi utiliser $\mathcal{E}_r = \int_0^\infty R.i^2(t).dt$