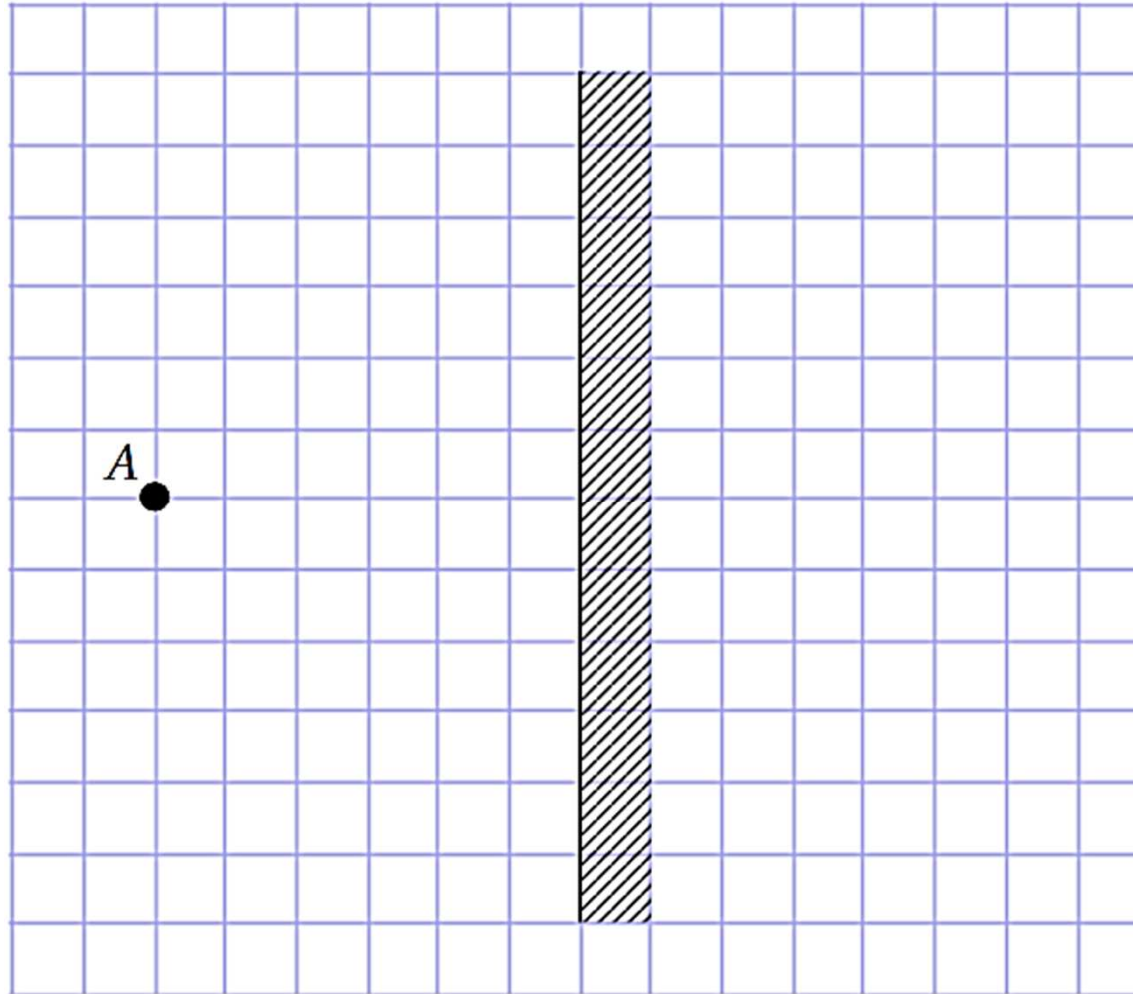


O2. Lentilles minces dans l'approximation de Gauss

Généralités

Pour commencer : le miroir



Généralisation: description d'un système optique

Définition : Système optique

Un **système optique** est un ensemble de milieux transparents séparés par des surfaces réfractantes ou réfléchissantes (généralement des lentilles et des miroirs) qui modifient la trajectoire des rayons lumineux.

Son rôle est de donner l'**image** d'un **objet** :

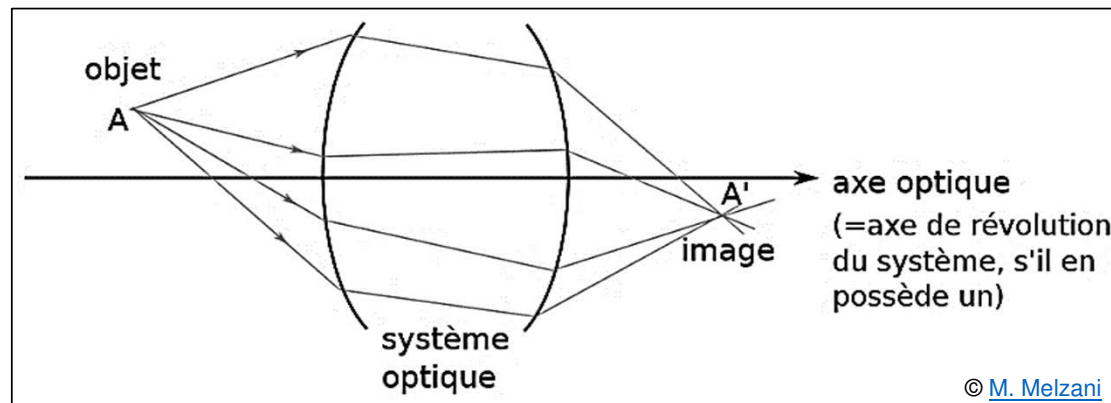
$$\text{objet } A \xrightarrow{\text{syst.opt.}} \text{image } A'$$

A et A' sont dits **conjugués**, ou **points conjugués**, par le système optique.

Définition : Système optique centré

C'est un système optique présentant un axe de symétrie de révolution Δ appelé **axe optique** du système.

Propriété : Pour des raisons de symétrie, un rayon incident arrivant le long de l'axe optique d'un système optique centré n'est pas dévié.



Généralisation: description d'un système optique

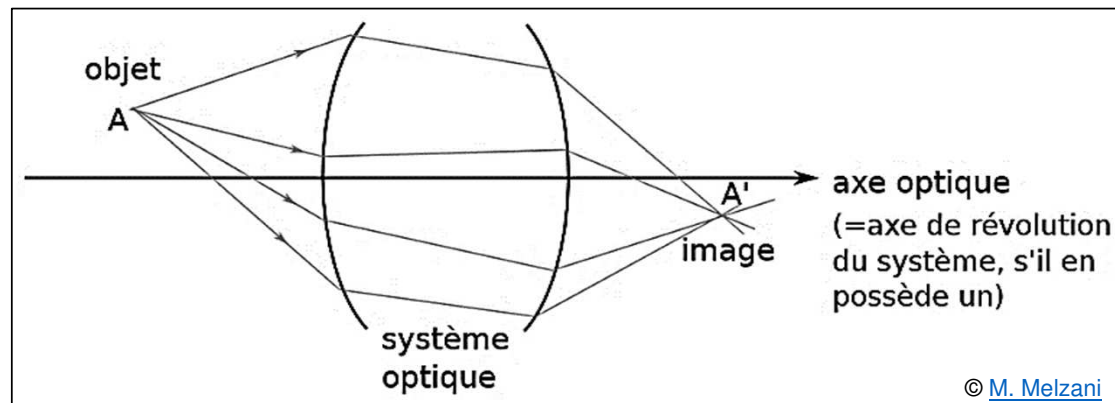
Définition : Objet

Objet ponctuel A : c'est le point d'intersection des *rayons incidents* (entrants) dans un système optique.

- Si les rayons partent effectivement du point A → **objet réel**.
- Si l'intersection des rayons n'existe pas réellement → **objet virtuel**.
- Si les rayons incidents sont parallèles entre eux → **objet à l'infini**.

Un ensemble de points objet est appelé simplement **objet**.

Un objet peut être une *source lumineuse primaire* (lampe, bougie) ou une **source secondaire** éclairée par une source primaire (diapositive rétroéclairée, sujet d'une photo).



Généralisation: description d'un système optique

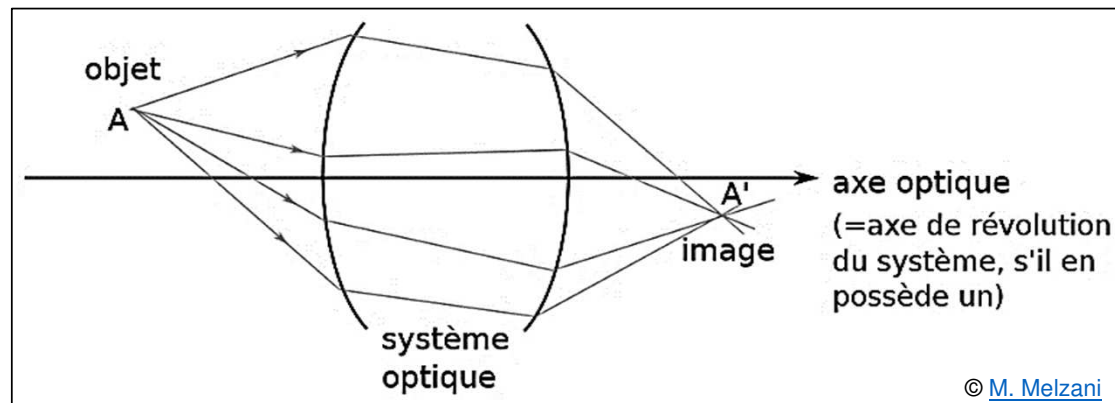
Définition : Image

Image ponctuelle A' : c'est le point d'intersection des **rayons émergents** (sortants) d'un système optique

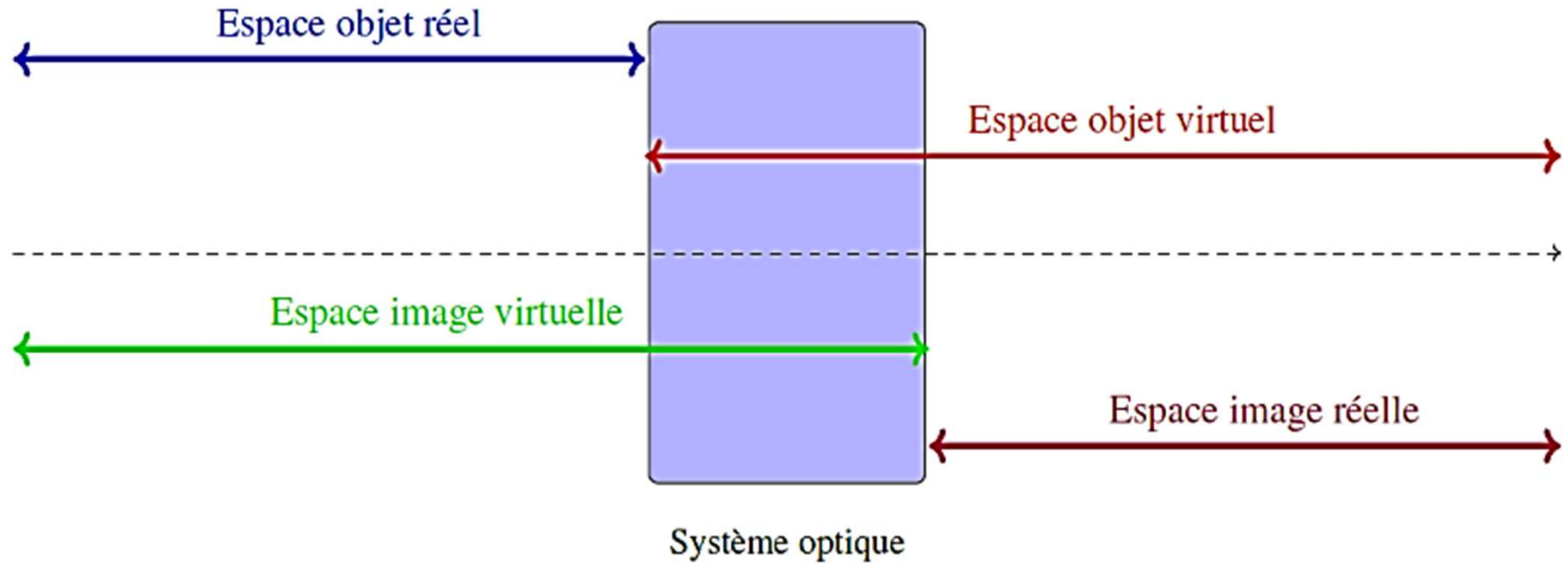
- Si les rayons arrivent effectivement au point A' → **image réelle**.
On peut placer un écran en A' et voir l'image.
- Si les rayons n'arrivent pas réellement en A' → **image virtuelle**.
On ne peut pas l'observer sur un écran placé en A' . Pour voir A' , il faut en faire l'image par un autre système optique.
- Si les rayons émergents sont parallèles entre eux → **image à l'infini**.

Un ensemble de points images est simplement appelé **image**.

La notion d'objet et d'image est **subjective** : une image pour un premier système optique peut servir d'objet pour un second système optique.

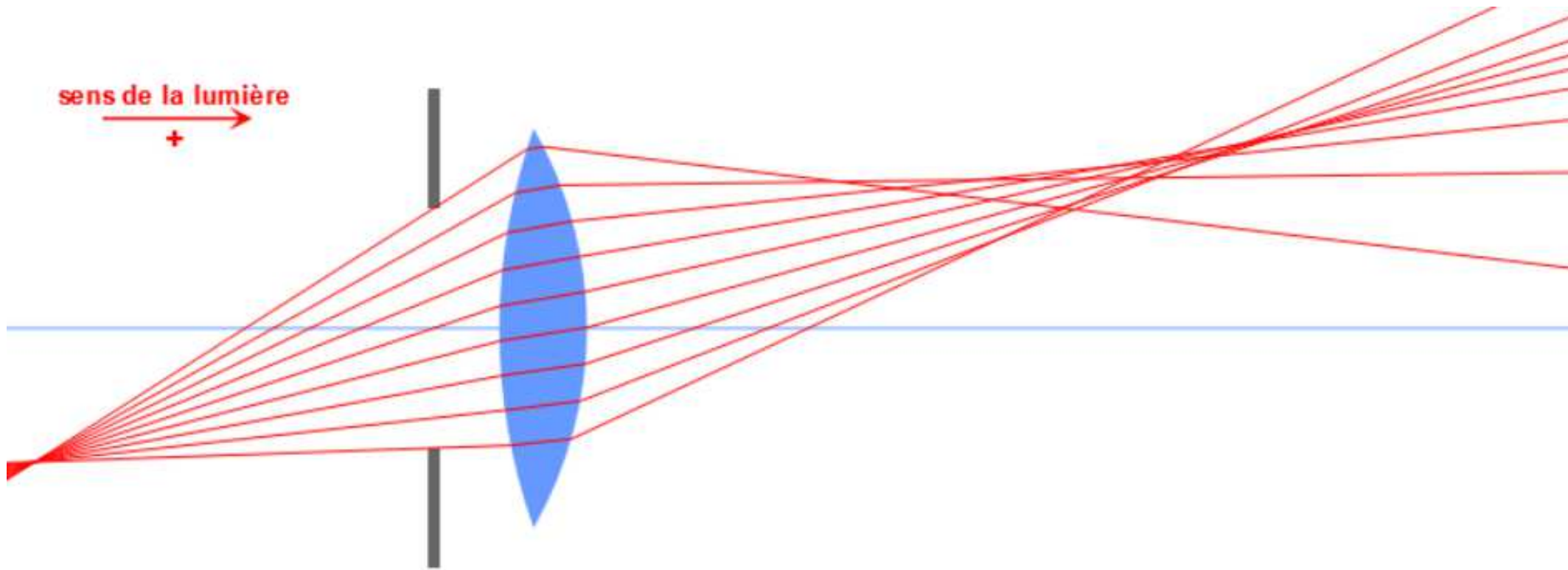


Réel ou virtuel ?

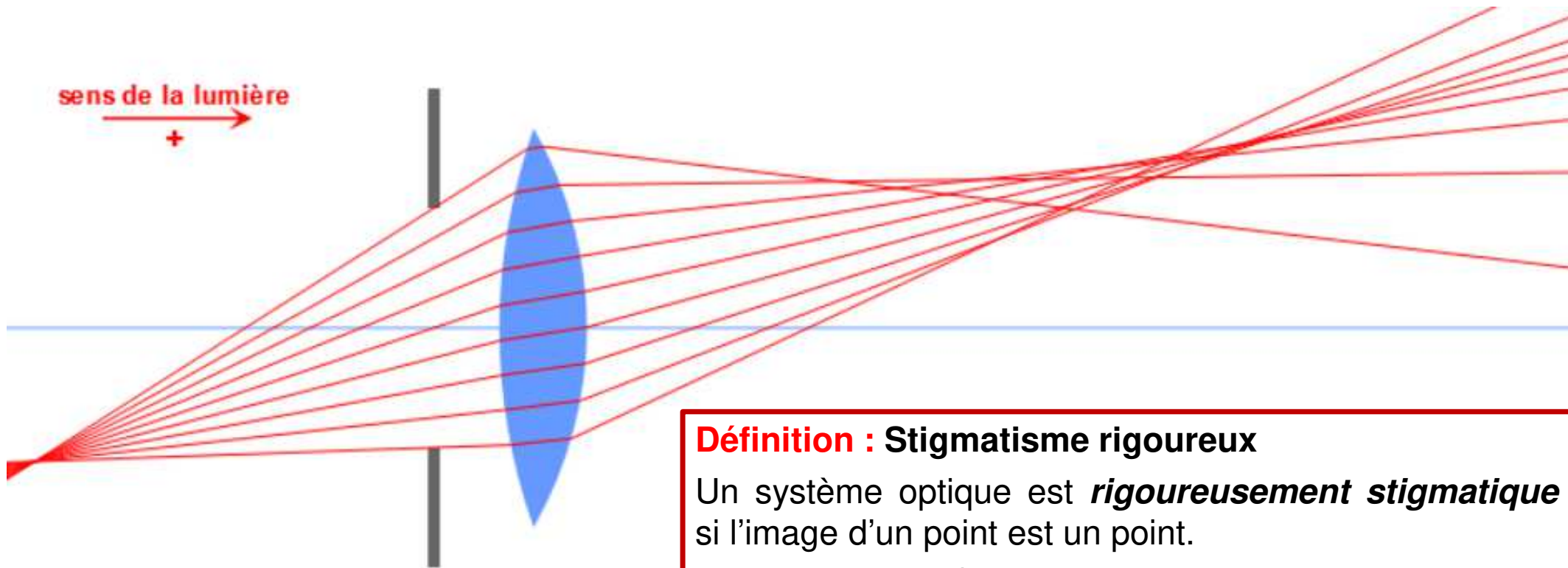


Conditions de Gauss

L'approximation de Gauss



L'approximation de Gauss

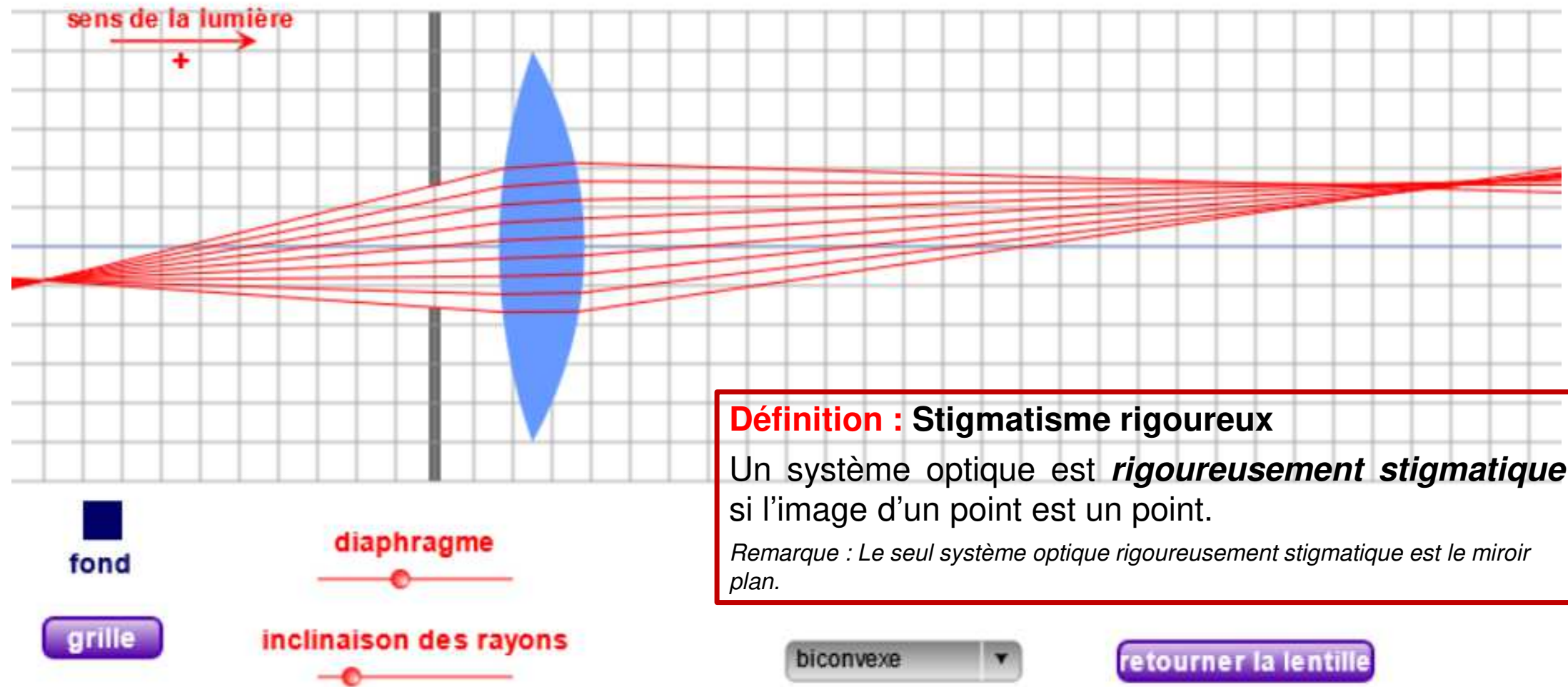


Définition : Stigmatisme rigoureux

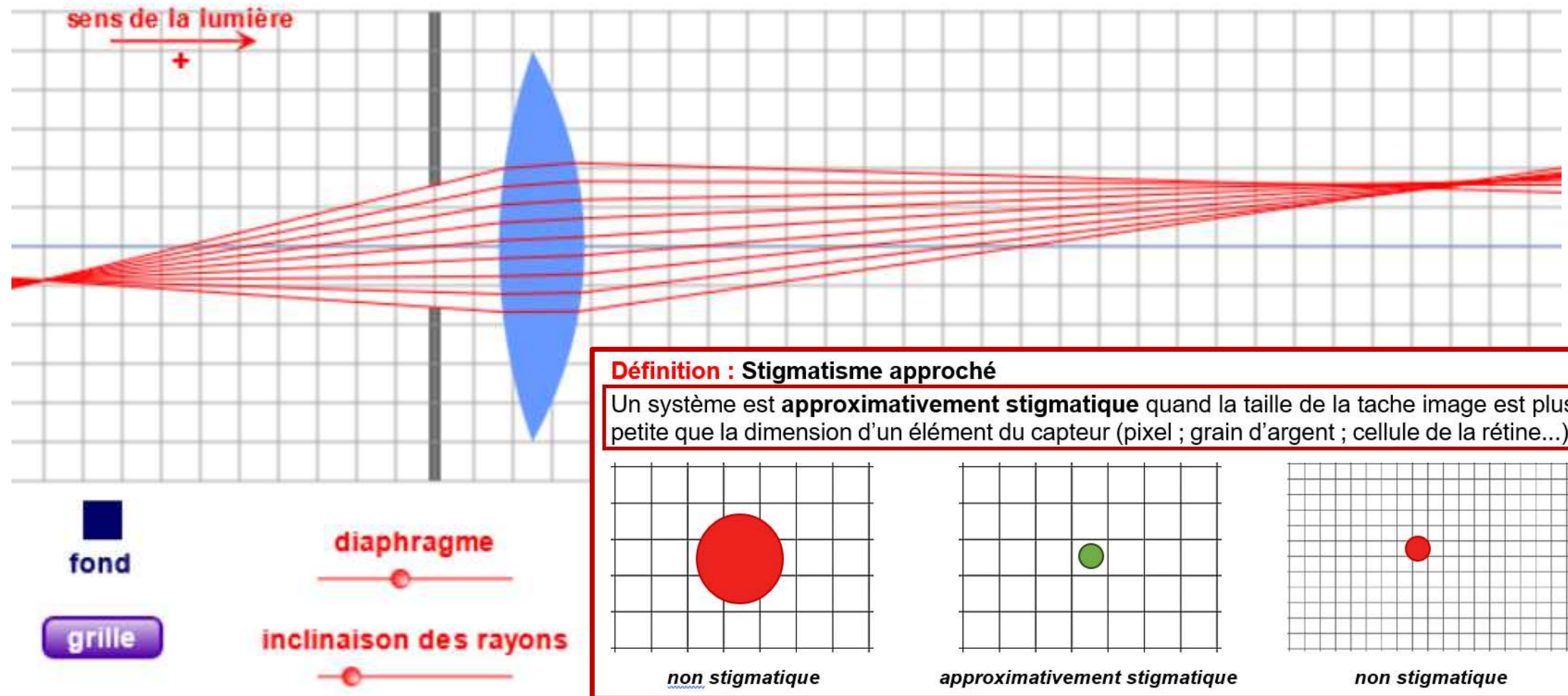
Un système optique est *rigoureusement stigmatique* si l'image d'un point est un point.

Remarque : Le seul système optique rigoureusement stigmatique est le miroir plan.

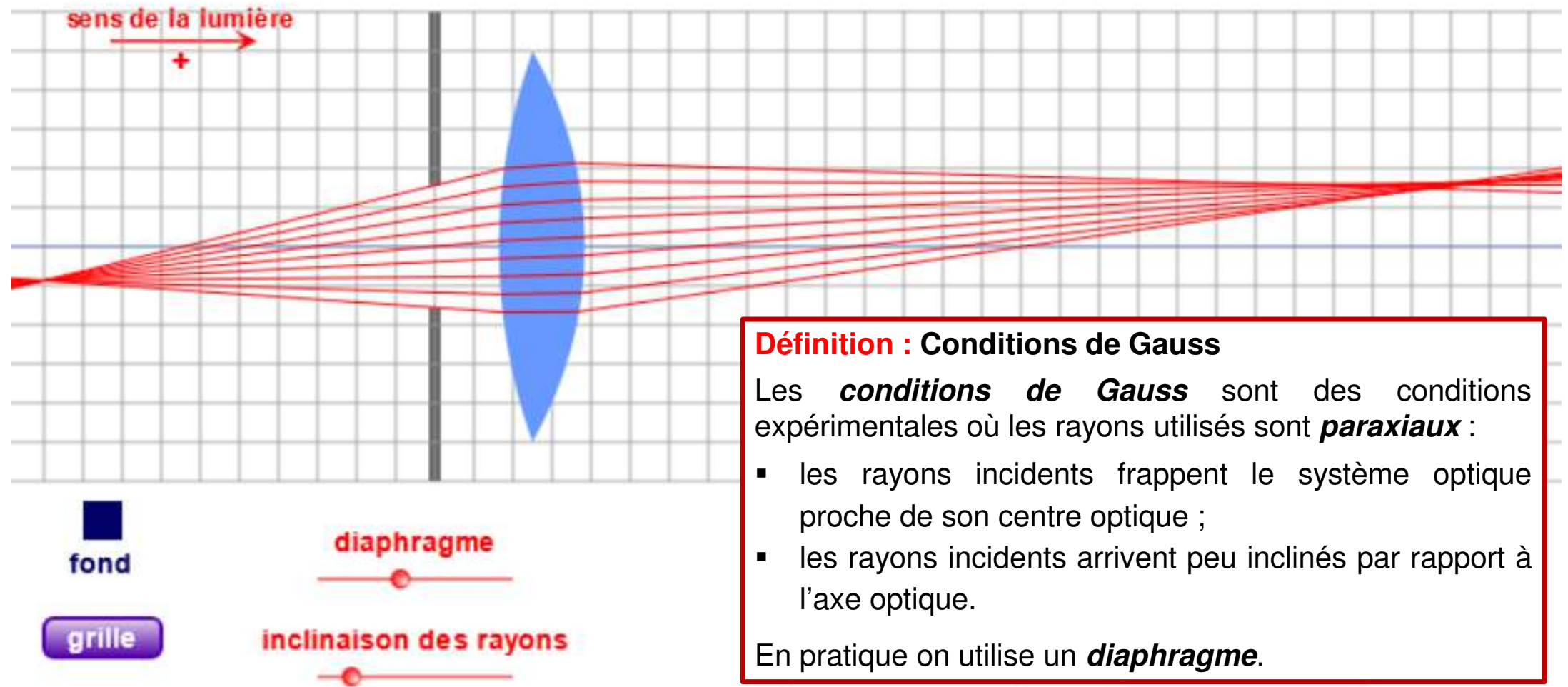
L'approximation de Gauss



L'approximation de Gauss

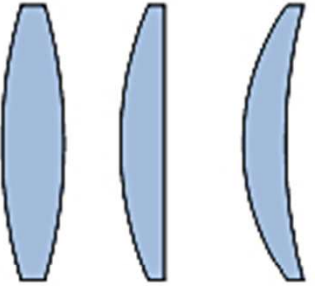

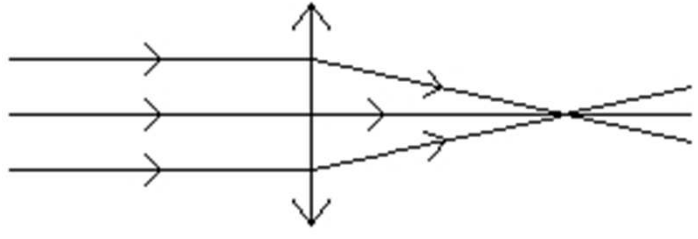
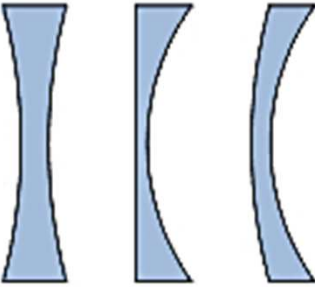

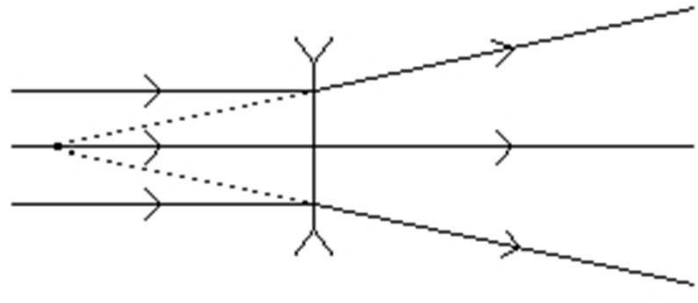


L'approximation de Gauss



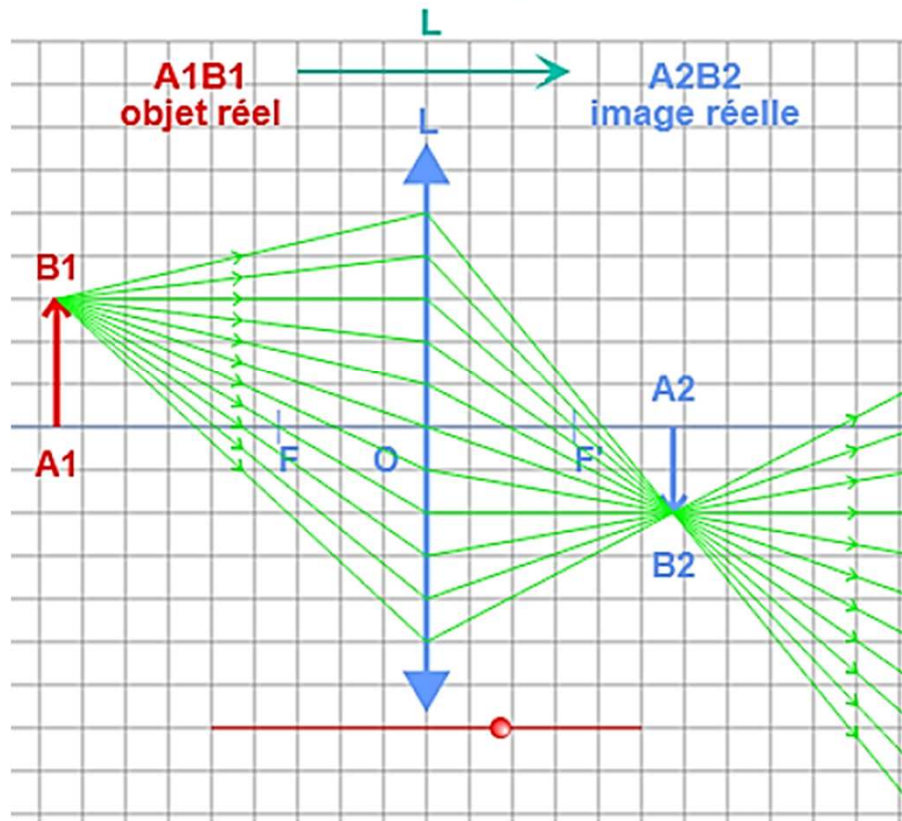
Lentilles minces dans les conditions de Gauss

Constitution et schématisation

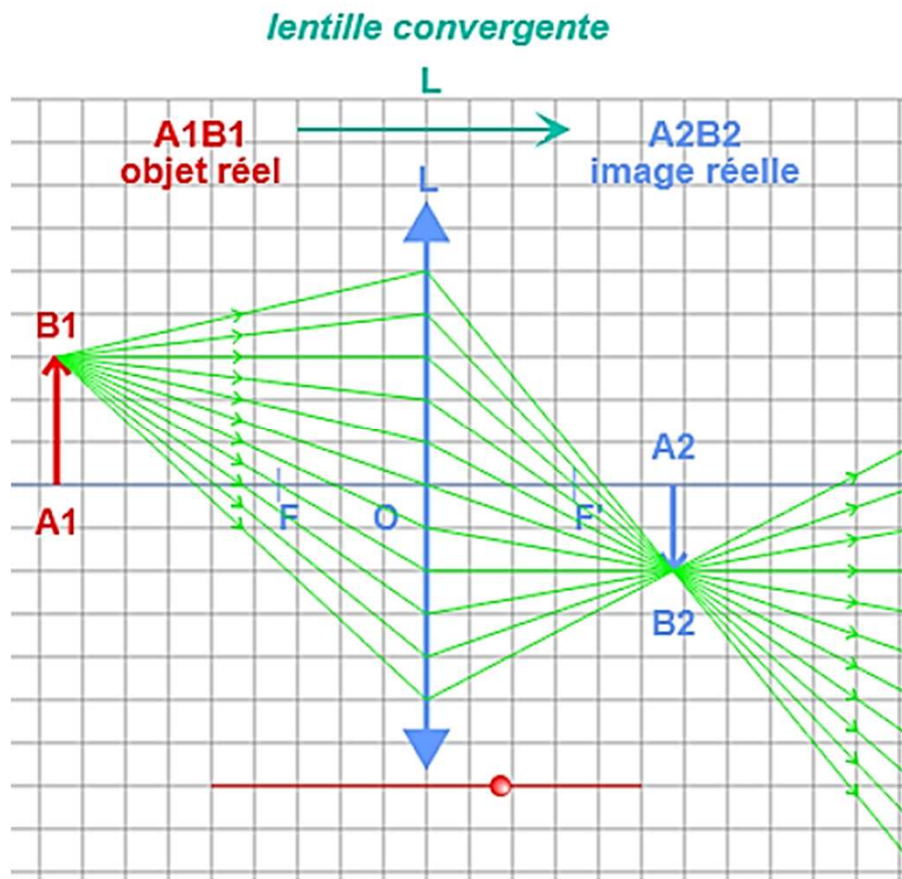
	vue en coupe	schéma	déviations de la lumière
lentilles convergentes			
lentilles divergentes			

Comportement des rayons incidents

lentille convergente



Comportement des rayons incidents



Définition : Points remarquables d'une lentille mince

On parle de *lentille mince* si son épaisseur est très inférieure à son diamètre.

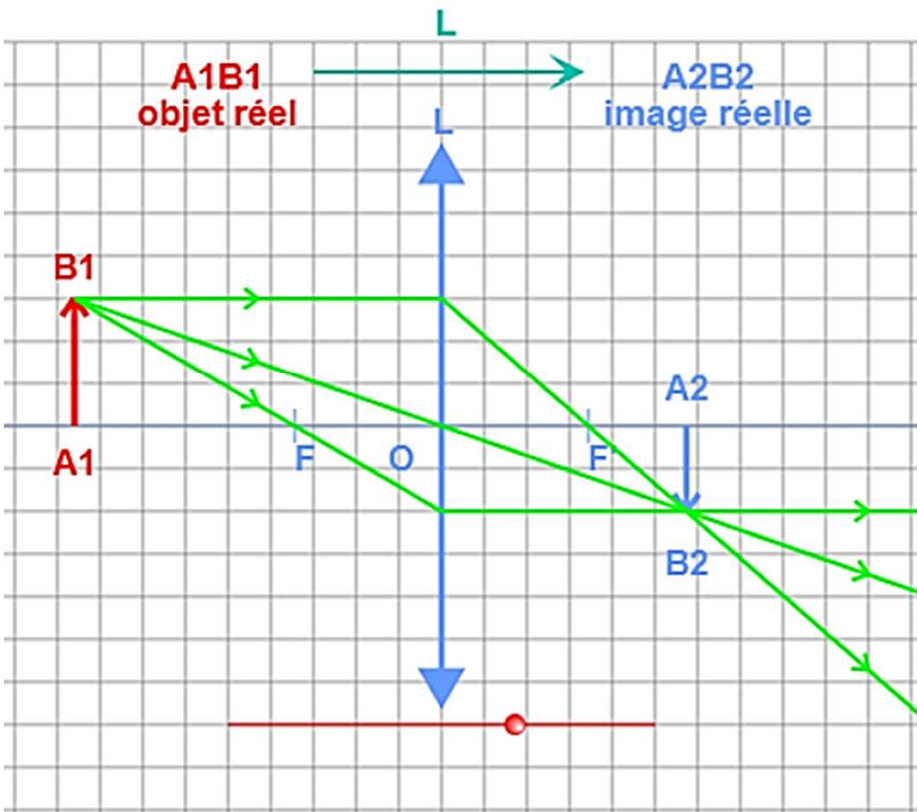
Lorsque c'est le cas, et dans les conditions de Gauss, on peut démontrer (avec les lois de Snell-Descartes) qu'il existe des points O , F et F' avec les propriétés suivantes :

- O est le **centre optique**, milieu de la lentille.
Tout rayon passant par O n'est pas dévié.
- F' est le **foyer (principal) image**.
Tout rayon entrant parallèle à l'axe optique émerge en passant par F' .
- F est le **foyer (principal) objet**.
Tout rayon entrant passant par F émerge parallèle à l'axe optique.

F et F' sont sur l'axe optique et symétriques par rapport à O .

Comportement des rayons incidents

lentille convergente



Définition : Points remarquables d'une lentille mince

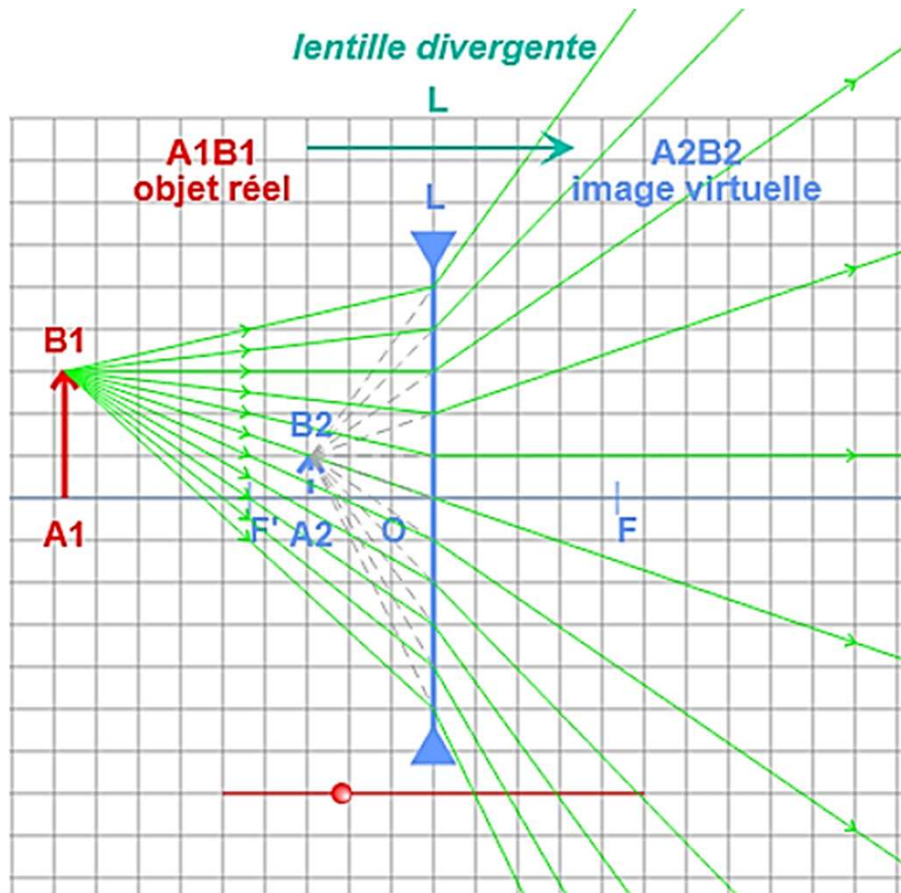
On parle de *lentille mince* si son épaisseur est très inférieure à son diamètre.

Lorsque c'est le cas, et dans les conditions de Gauss, on peut démontrer (avec les lois de Snell-Descartes) qu'il existe des points O , F et F' avec les propriétés suivantes :

- O est le **centre optique**, milieu de la lentille.
Tout rayon passant par O n'est pas dévié.
- F' est le **foyer (principal) image**.
Tout rayon entrant parallèle à l'axe optique émerge en passant par F' .
- F est le **foyer (principal) objet**.
Tout rayon entrant passant par F émerge parallèle à l'axe optique.

F et F' sont sur l'axe optique et symétriques par rapport à O .

Comportement des rayons incidents



Définition : Points remarquables d'une lentille mince

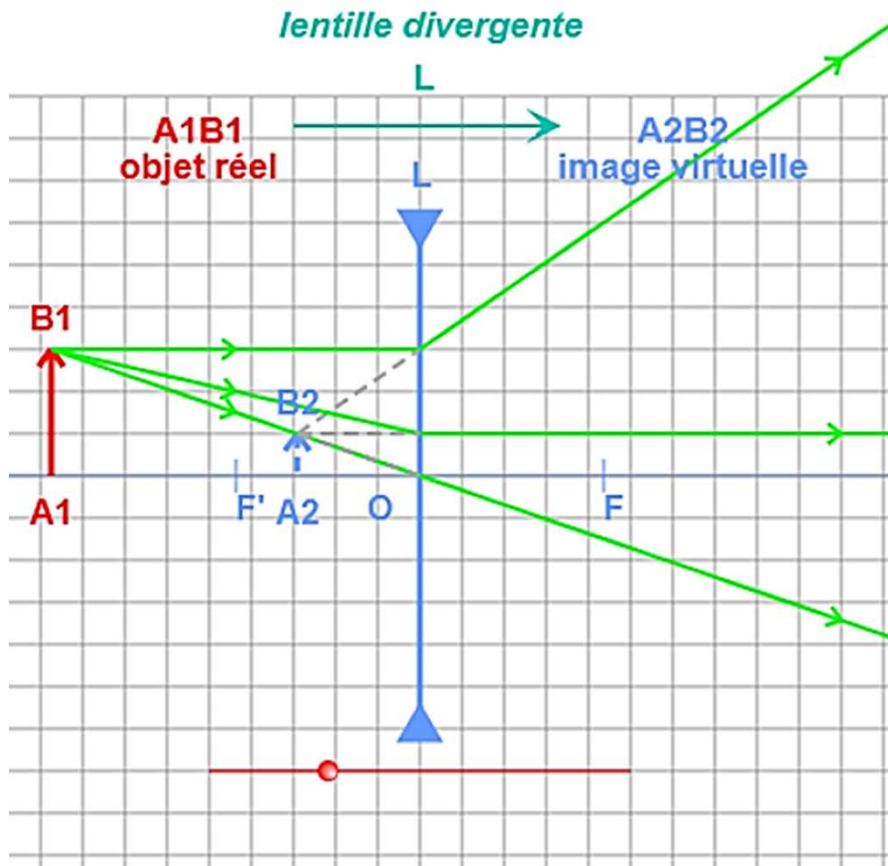
On parle de *lentille mince* si son épaisseur est très inférieure à son diamètre.

Lorsque c'est le cas, et dans les conditions de Gauss, on peut démontrer (avec les lois de Snell-Descartes) qu'il existe des points O , F et F' avec les propriétés suivantes :

- O est le **centre optique**, milieu de la lentille.
Tout rayon passant par O n'est pas dévié.
- F' est le **foyer (principal) image**.
Tout rayon entrant parallèle à l'axe optique émerge en passant par F' .
- F est le **foyer (principal) objet**.
Tout rayon entrant passant par F émerge parallèle à l'axe optique.

F et F' sont sur l'axe optique et symétriques par rapport à O .

Comportement des rayons incidents



Définition : Points remarquables d'une lentille mince

On parle de *lentille mince* si son épaisseur est très inférieure à son diamètre.

Lorsque c'est le cas, et dans les conditions de Gauss, on peut démontrer (avec les lois de Snell-Descartes) qu'il existe des points O , F et F' avec les propriétés suivantes :

- O est le **centre optique**, milieu de la lentille.
Tout rayon passant par O n'est pas dévié.
- F' est le **foyer (principal) image**.
Tout rayon entrant parallèle à l'axe optique émerge en passant par F' .
- F est le **foyer (principal) objet**.
Tout rayon entrant passant par F émerge parallèle à l'axe optique.

F et F' sont sur l'axe optique et symétriques par rapport à O .

Caractériser une lentille

Définition : Distance focale

La **distance focale**, notée f' est la grandeur algébrique $\overline{OF'}$ entre le centre O de la lentille mince et son **foyer image** F' . Elle s'exprime en mètre (m).

- Pour une lentille mince convergente, le foyer image est situé après la lentille : $f' = \overline{OF'} > 0$
- Pour une lentille mince divergente, le foyer image est situé avant la lentille : $f' = \overline{OF'} < 0$

Définition : Vergence

La **vergence** V est définie par :

$$V = \frac{1}{f'}$$

Elle s'exprime en dioptries (δ) ou (m^{-1})

$V > 0 \rightarrow$ lentille convergente

$V < 0 \rightarrow$ lentille divergente

Caractériser une lentille

Définition : Distance focale

La **distance focale**, notée f' est la grandeur **algébrique** $\overline{OF'}$ entre le centre O de la lentille mince et son **foyer image** F' . Elle s'exprime en mètre (m).

- Pour une lentille mince convergente, le foyer image est situé après la lentille : $f' = \overline{OF'} > 0$
- Pour une lentille mince divergente, le foyer image est situé avant la lentille : $f' = \overline{OF'} < 0$

Définition : Vergence

La **vergence** V est définie par :

$$V = \frac{1}{f'}$$

Elle s'exprime en dioptries (δ) ou (m^{-1})

$V > 0 \rightarrow$ lentille convergente

$V < 0 \rightarrow$ lentille divergente

Méthode : Longueurs algébriques et angles orientés

En optique, on utilise les longueurs algébriques, notées avec une barre au-dessus (\overline{OA}) qui renseignent sur la distance (au sens habituel) qui sépare les deux points, et sur le sens dans lequel est mesurée la distance. On a $\overline{OA} = -\overline{AO}$.

Convention d'orientation : Le long de l'axe optique, les longueurs sont comptées positivement dans le sens de propagation de la lumière incidente ; perpendiculairement, les longueurs sont comptées positivement vers le haut. Les angles sont comptés positivement dans le sens trigonométrique.

Construire une image

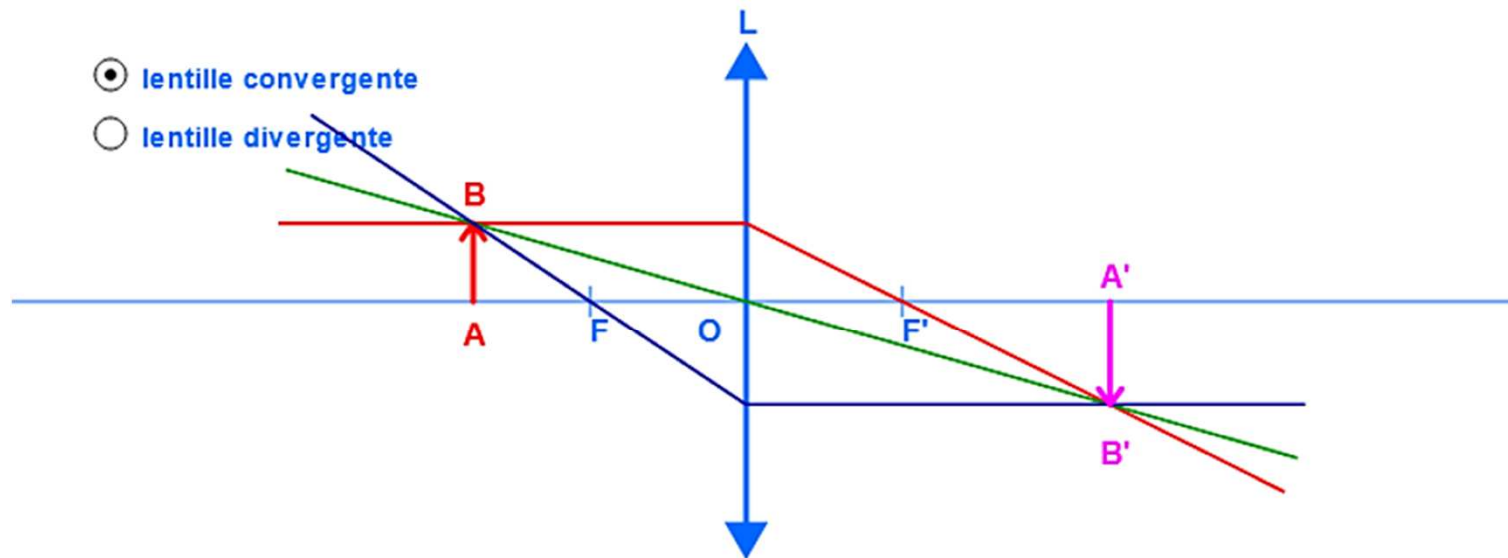
Méthode : Réaliser une construction optique

- Tracer les rayons à la règle et utilise une couleur par rayon ;
- Flécher les rayons ;
- Tracer en trait plein les rayons réels, en pointillés leurs prolongements ;

Si **on cherche l'image $A'B'$** d'un objet **AB** perpendiculaire à l'axe optique (Δ) :

1. Orienter l'objet avec une flèche, afin de comparer son sens avec l'image
2. Tracer d'abord les trois rayons incidents passant par le point objet B ;
3. Déterminer ensuite les rayons émergents, leur intersection donne le point image B' ;
4. Construire le projeté A' de B' sur (Δ) ;

L'image B' est à l'intersection des rayons émergents. La propriété d'aplanétisme permet de dessiner le point A'



- lentille convergente
- lentille divergente

- ✓ rayon incident parallèle à l'axe
- ✓ rayon incident passant par le centre optique
- ✓ rayon incident passant par le foyer objet

Construire une image

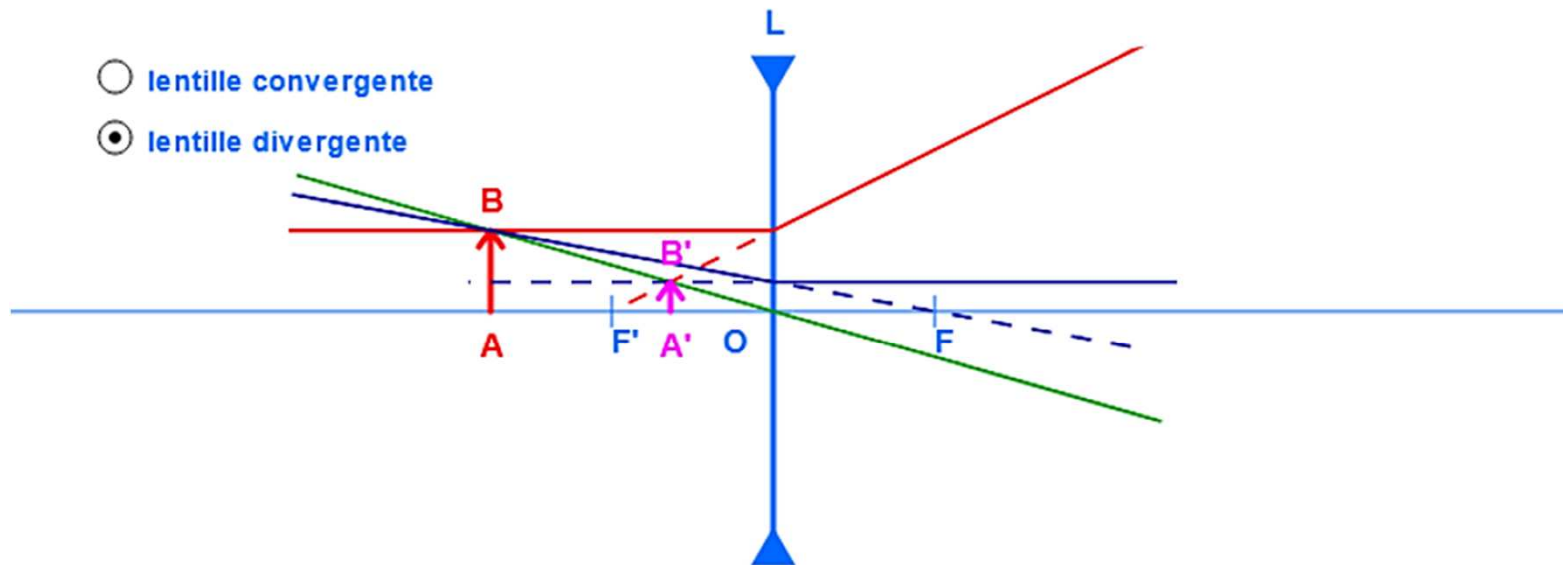
Méthode : Réaliser une construction optique

- Tracer les rayons à la règle et utilise une couleur par rayon ;
- Flécher les rayons ;
- Tracer en trait plein les rayons réels, en pointillés leurs prolongements ;

Si **on cherche l'image $A'B'$** d'un objet **AB** perpendiculaire à l'axe optique (Δ) :

1. Orienter l'objet avec une flèche, afin de comparer son sens avec l'image
2. Tracer d'abord les trois rayons incidents passant par le point objet B ;
3. Déterminer ensuite les rayons émergents, leur intersection donne le point image B' ;
4. Construire le projeté A' de B' sur (Δ) ;

L'image B' est à l'intersection des rayons émergents. La propriété d'aplanétisme permet de dessiner le point A'



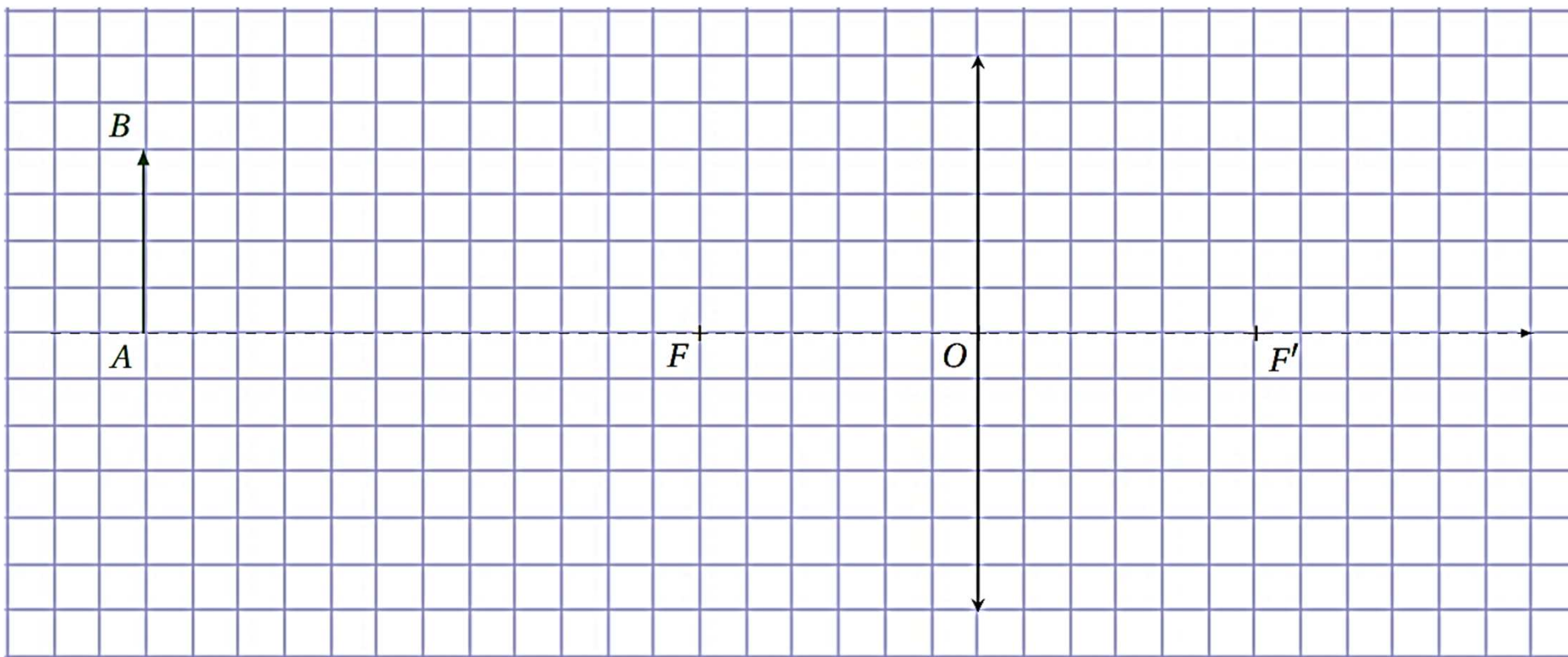
lentille convergente

lentille divergente

- rayon incident parallèle à l'axe
- rayon incident passant par le centre optique
- rayon incident passant par le foyer objet

Savoir-faire 2 – Savoir construire géométriquement une image par une lentille

Objet réel en amont du foyer objet principal d'une lentille convergente



Retrouver l'objet connaissant l'image

Méthode : Réaliser une construction optique

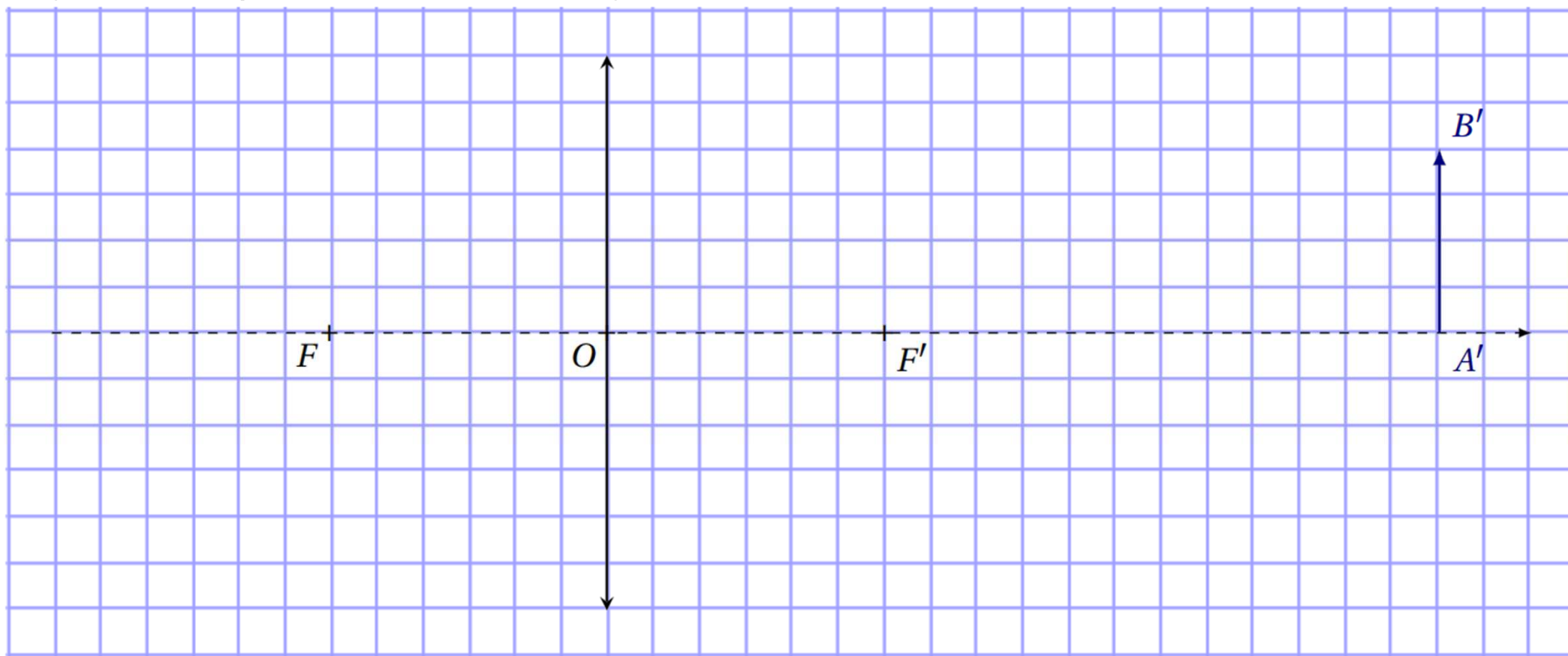
- Tracer les rayons à la règle et utilise une couleur par rayon ;
- Flécher les rayons ;
- Tracer en trait plein les rayons réels, en pointillés leurs prolongements ;

Si ***on cherche l'antécédent AB*** d'une image $A'B'$ perpendiculaire à l'axe optique (Δ) :

1. Orienter l'image avec une flèche, afin de comparer son sens avec l'antécédent ;
2. Tracer d'abord les trois rayons émergents passant par le point image B' ;
3. Déterminer ensuite les rayons incidents, leur intersection donne le point objet B ;
4. Construire le projeté A de B sur (Δ) ;

Savoir-faire 2 – Savoir construire géométriquement une image par une lentille

Image réelle situé à plus de $2f'$ d'une lentille convergente



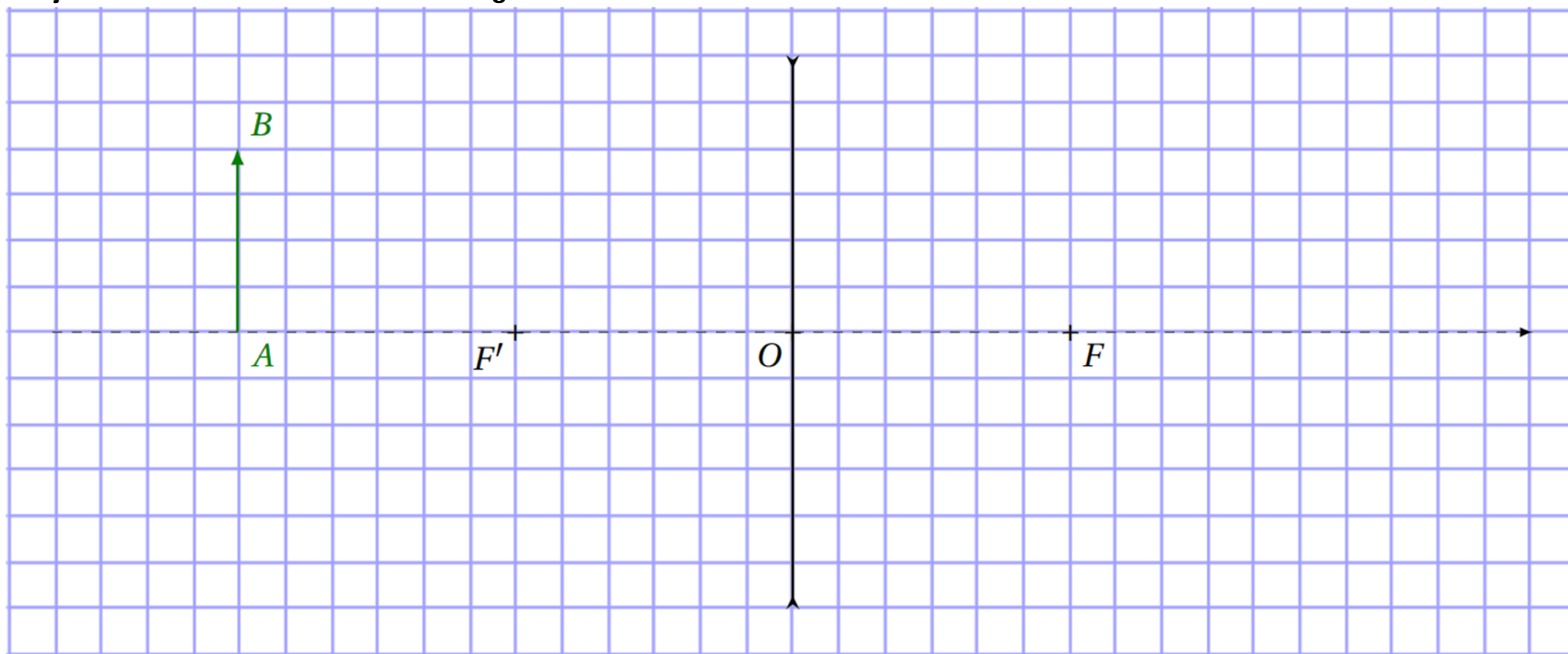
Bilan pour une lentille convergente

LENTILLE CONVERGENTE				
Objet		Image		
Nature	Position	Nature	Position	Sens / γ_t
Réel	$-\infty < \overline{OA} < 2f$	Réelle	$f' < \overline{OA}' < 2 \cdot f'$	Renversée : $\gamma_t < 0$ $ \gamma_t < 1$
Réel	$2f < \overline{OA} < f$	Réelle	$2f' < \overline{OA}' < +\infty$	Renversée : $\gamma_t < 0$ $ \gamma_t > 1$
Réel	$f < \overline{OA} < 0$	Virtuelle	$-\infty < \overline{OA}' < 0$	Droite : $\gamma_t > 0$ $\gamma_t > 1$
Virtuel	$0 < \overline{OA} < +\infty$	Réelle	$0 < \overline{OA}' < f'$	Droite : $\gamma_t > 0$ $\gamma_t < 1$
Réel	$-\infty$	Réelle	$\overline{OA}' = f'$	Renversée : $\gamma_t < 0$
Réel	$\overline{OA} = f$	Réelle	$\overline{OA}' = +\infty$	Renversée : $\gamma_t < 0$

△
Loupe

Savoir-faire 2 – Savoir construire géométriquement une image par une lentille

Objet réel en amont d'une lentille divergente

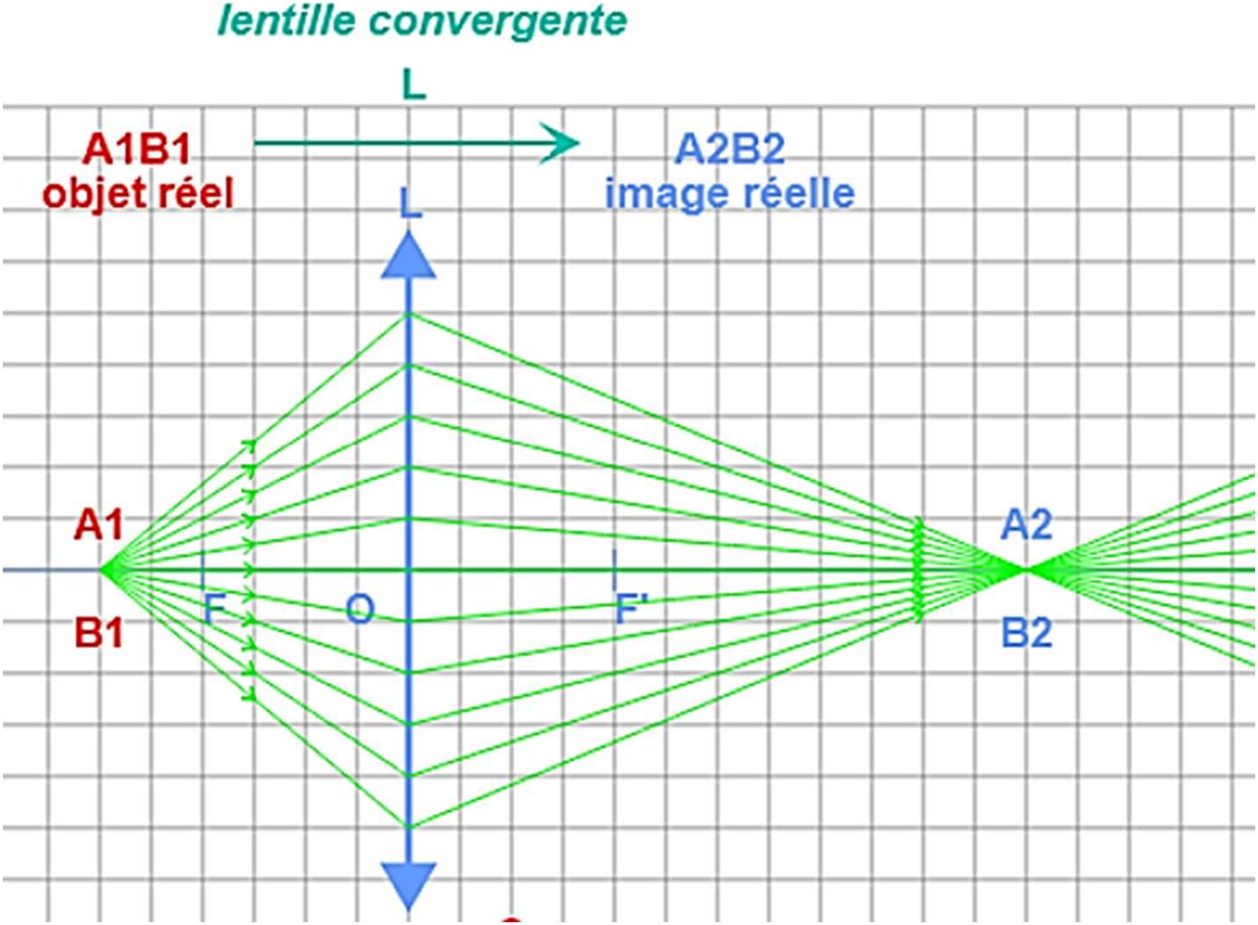


Bilan pour une lentille divergente

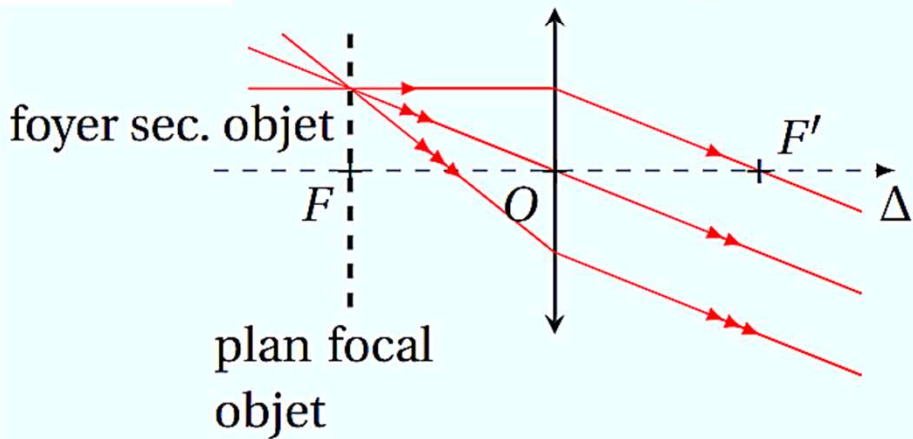
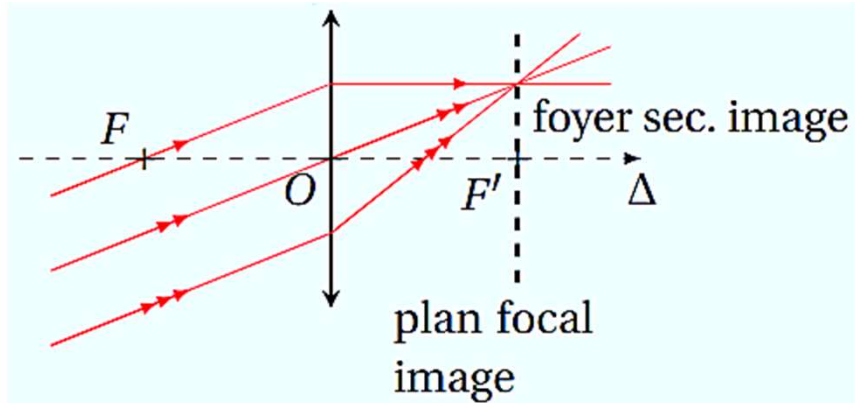
LENTILLE CONVERGENTE				
Objet		Image		
Nature	Position	Nature	Position	Sens / γ_t
Réel	$-\infty < \overline{OA} < 2f$	Réelle	$f' < \overline{OA}' < 2 \cdot f'$	Renversée : $\gamma_t < 0$ $ \gamma_t < 1$
Réel	$2f < \overline{OA} < f$	Réelle	$2f' < \overline{OA}' < +\infty$	Renversée : $\gamma_t < 0$ $ \gamma_t > 1$
Réel	$f < \overline{OA} < 0$	Virtuelle	$-\infty < \overline{OA}' < 0$	Droite : $\gamma_t > 0$ $\gamma_t > 1$
Virtuel	$0 < \overline{OA} < +\infty$	Réelle	$0 < \overline{OA}' < f'$	Droite : $\gamma_t > 0$ $\gamma_t < 1$
Réel	$-\infty$	Réelle	$\overline{OA}' = f'$	Renversée : $\gamma_t < 0$
Réel	$\overline{OA} = f$	Réelle	$\overline{OA}' = +\infty$	Renversée : $\gamma_t < 0$

\triangle
Loupe

Comment trouver l'image d'un objet sur l'axe optique?



Comment trouver l'image d'un objet sur l'axe optique?



Définition : Foyers secondaires

- On appelle **foyer secondaire image** l'image d'un point situé à l'infini en dehors de l'axe optique.
- On appelle **foyer secondaire objet** l'antécédent d'un point situé à l'infini en dehors de l'axe optique.

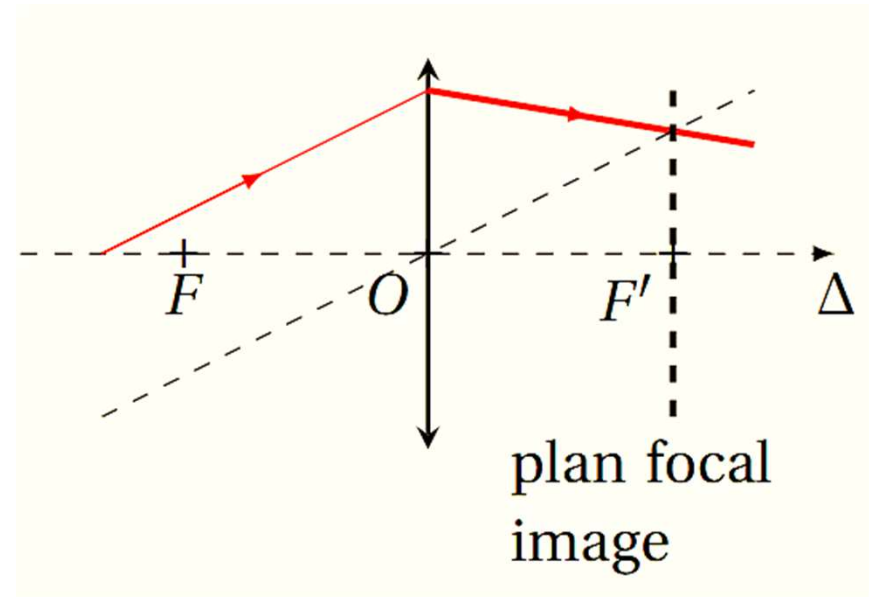
Dans les conditions de Gauss, les lentilles sont aplanétiques :

- L'ensemble des foyers secondaires images définissent un plan perpendiculaire à l'axe optique, passant par le foyer principal image F' , appelé **plan focal image**.
- L'ensemble des foyers secondaires objets définissent un plan perpendiculaire à l'axe optique, passant par le foyer principal objet F , appelé **plan focal objet**.

Comment trouver l'image d'un objet sur l'axe optique?

Méthode : Construire le cheminement d'un rayon incident quelconque

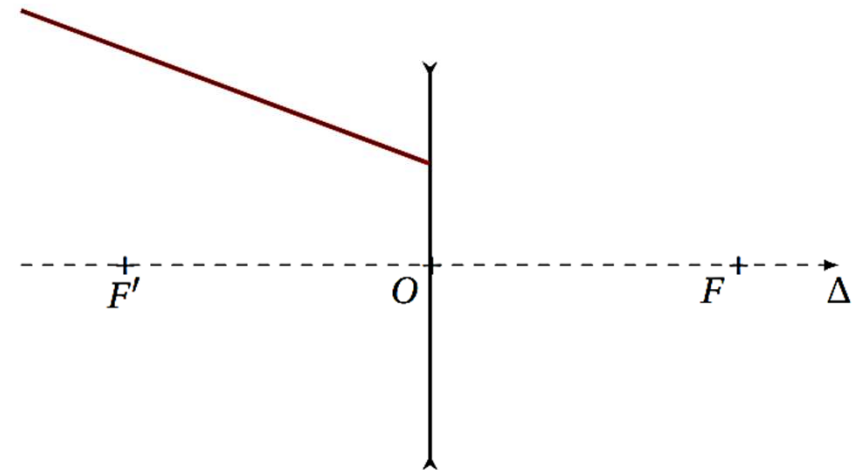
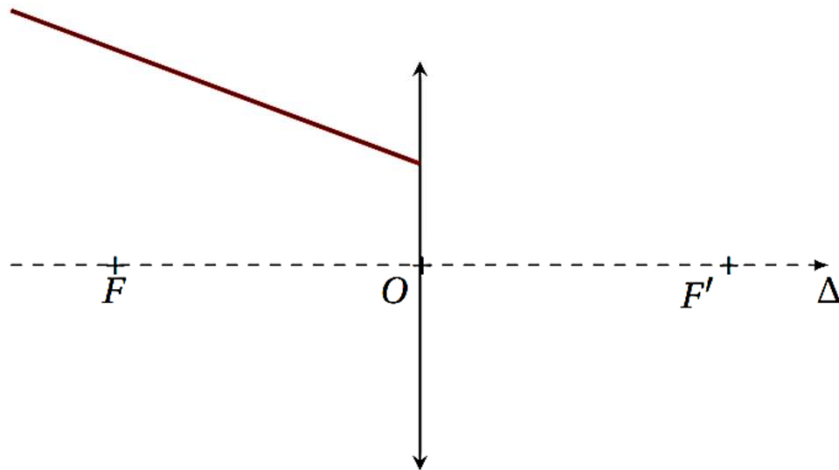
1. Tracer en pointillés le rayon auxiliaire, parallèle au rayon incident, et passant par O ;
2. Tracer en pointillés le plan focal image ;
3. Repérer l'intersection du rayon auxiliaire avec le plan focal image, c'est un **foyer secondaire image** ;
4. Tracer le rayon émergent, en le faisant passer par le foyer secondaire image.



Comment trouver l'image d'un objet sur l'axe optique?

Savoir-faire 3 – Construire le cheminement d'un rayon quelconque en utilisant les foyers secondaires

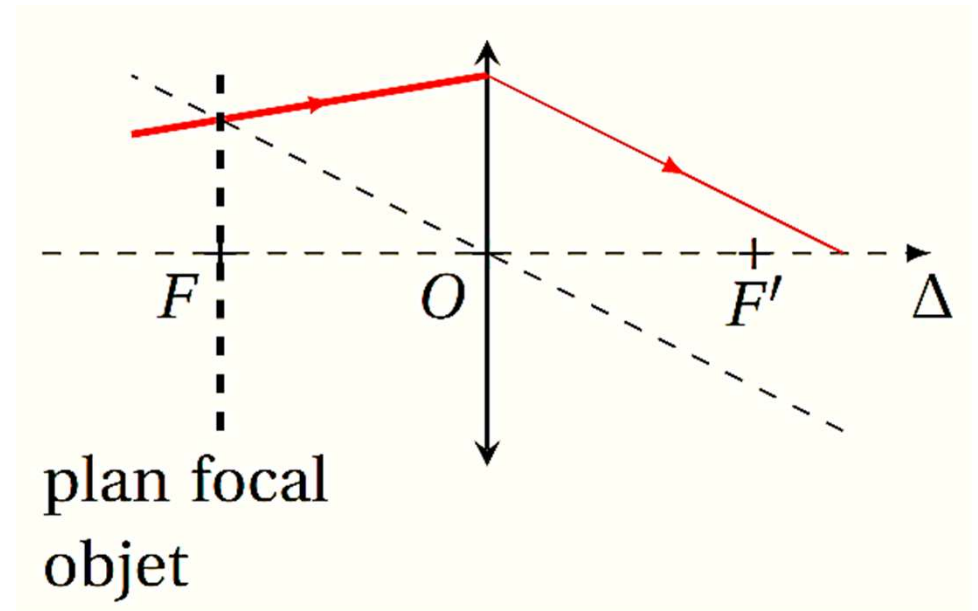
1. Déterminer le cheminement des rayons incidents ci-dessous.



Comment trouver l'antécédent d'une image sur l'axe optique?

Méthode : Construire le cheminement d'un rayon émergent quelconque

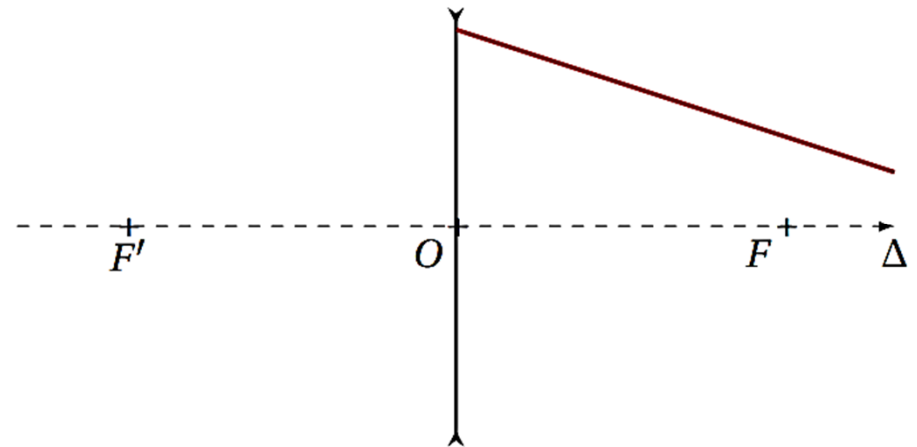
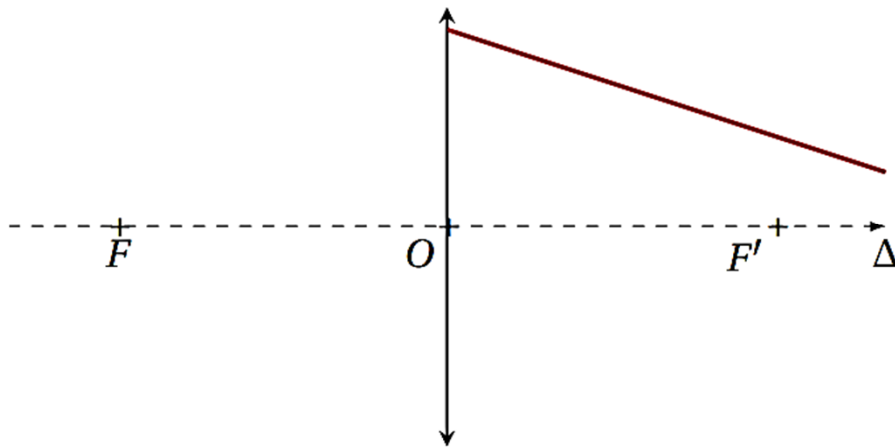
1. Tracer en pointillés le rayon auxiliaire, parallèle au rayon émergent, et passant par O ;
2. Tracer en pointillés le plan focal objet ;
3. Repérer l'intersection du rayon auxiliaire avec le plan focal objet, c'est un **foyer secondaire objet** ;
4. Tracer le rayon incident, en le faisant passer par le foyer secondaire objet.



Comment trouver l'image d'un objet sur l'axe optique?

Savoir-faire 3 – Construire le cheminement d'un rayon quelconque en utilisant les foyers secondaires

2. Déterminer le cheminement des rayons émergents ci-dessous.

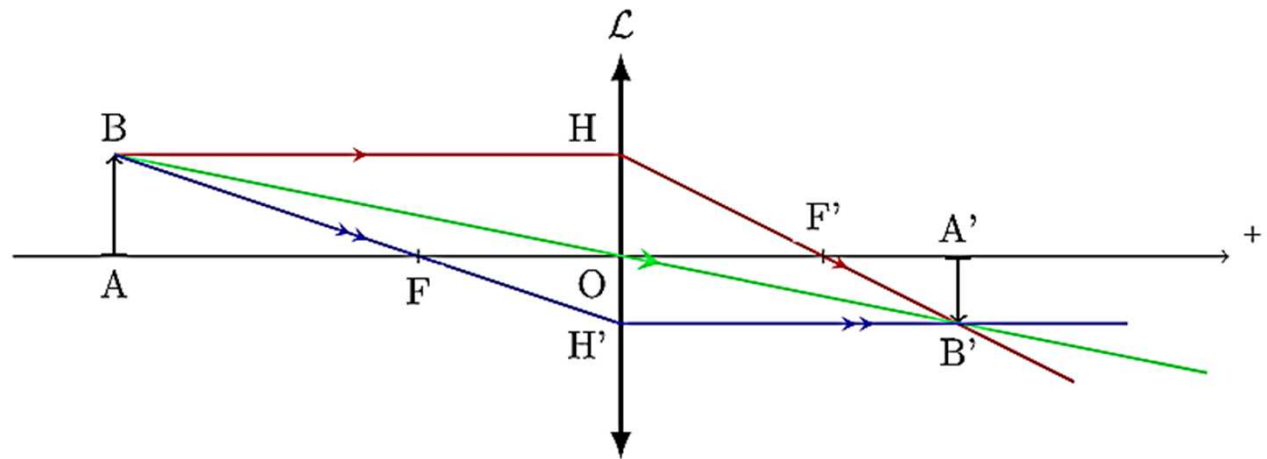


Grandissement transversal

Définition : Grandissement transversal

Soit un objet AB et $A'B'$ son image à travers une lentille. On définit le grandissement transversal γ_t comme étant le rapport entre la taille de l'image $A'B'$ et celle de son antécédent AB

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

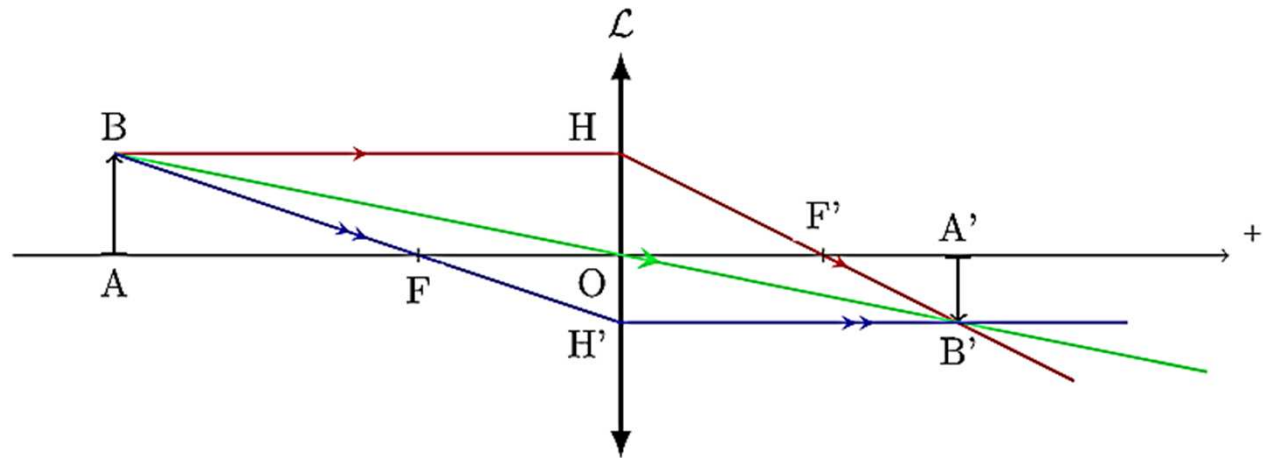


Grandissement transversal

Définition : Grandissement transversal

Soit un objet AB et $A'B'$ son image à travers une lentille. On définit le grandissement transversal γ_t comme étant le rapport entre la taille de l'image $A'B'$ et celle de son antécédent AB

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$



- Si $\gamma_t > 0$, objet et image sont dans le même sens. On parle d'**image droite**.
- Si $\gamma_t < 0$, objet et image sont dans des sens opposés. On parle d'**image renversée**.

- Si $|\gamma_t| > 1$, l'image est plus grande que l'objet. Elle est **agrandie**.
- Si $|\gamma_t| < 1$, l'image est plus petite que l'objet. Elle est **rétrécie**.

Grandissement transversal

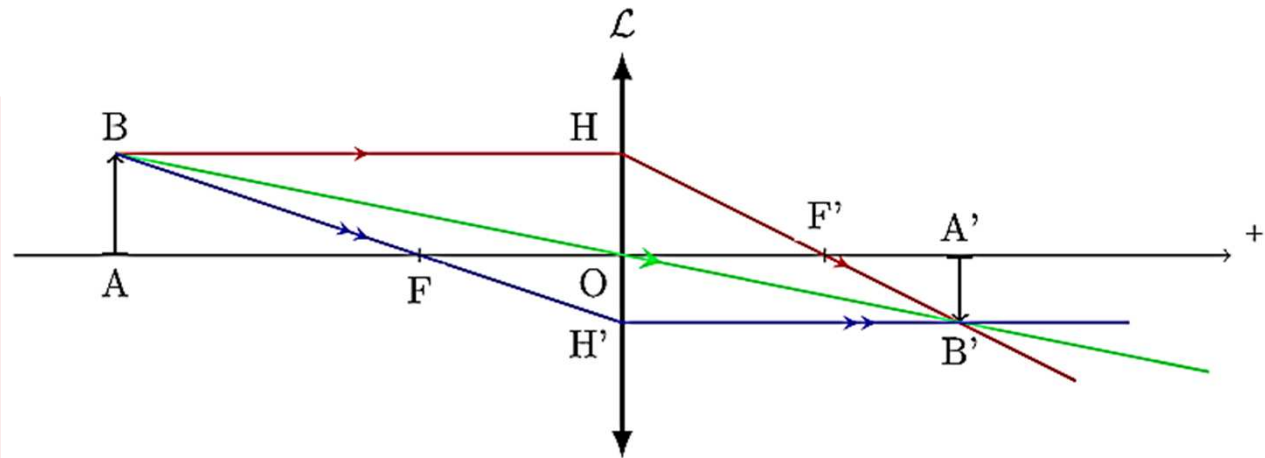
Relations à savoir exploiter :
Grandissement transversal

- **Relation de grandissement transversal de Descartes** (origine en O) :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

- **Relation de grandissement transversal de Newton** (origines aux foyers) :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$



Ces relations sont valables quelle que soit la nature de la lentille.

Ces relations se démontrent en appliquant le théorème de Thalès dans le bon triangle!

Savoir-faire 4 – Exploiter les formules de conjugaison et du grandissement

Un objet AB est situé en amont d'une lentille convergente, à une distance $\overline{AO} = 3f'$.

1. En utilisant l'une des relations de conjugaison (préciser laquelle), donner l'expression de la distance $\overline{OA'}$ permettant de placer l'image A'.
2. Que vaut alors le grandissement transversal ?
3. On fait l'image d'un objet AB de taille 2 cm. Quelle est la taille de l'image ?

Savoir-faire 5 – Établir la condition de formation de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.

On désire projeter l'image d'un objet AB sur un écran E , parallèle à AB , situé à une distance D de l'objet. On dispose pour cela d'une lentille convergente L de distance focale image f' et de centre O . On note $x > 0$ la distance sur l'axe optique entre l'objet et la lentille.

1. Exprimer \overline{OA} et $\overline{OA'}$ en fonction de D et x .
2. A l'aide d'une des relations de conjugaison, montrer que pour obtenir l'image de AB sur l'écran E , la distance D doit être supérieure à une valeur minimale $D_{min} = 4f'$.
3. En supposant cette condition réalisée, montrer qu'il existe deux positions possibles pour la lentille permettant la projection d'une image sur l'écran. En quoi diffèrent ces deux positions ?