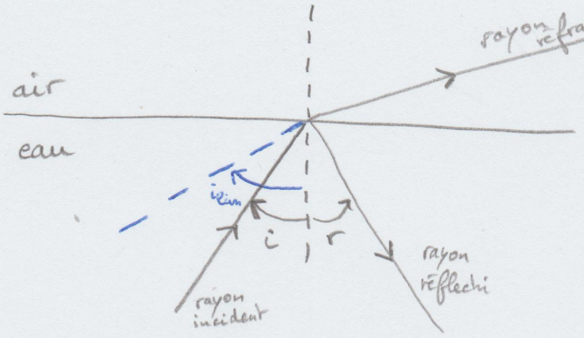
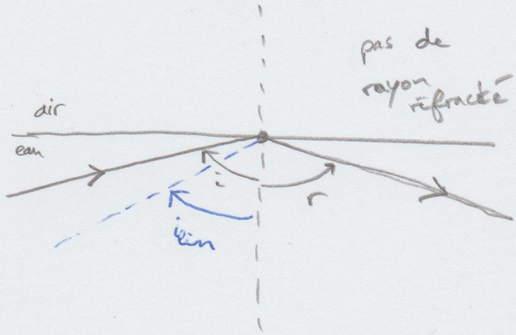
Exercice 1 : A. Projecteur de piscine (voir exercice 1 du TD)

Q1 : Il n'y a pas de rayon refracté s'il y a réflexion totale.

Q2 : interface eau-air



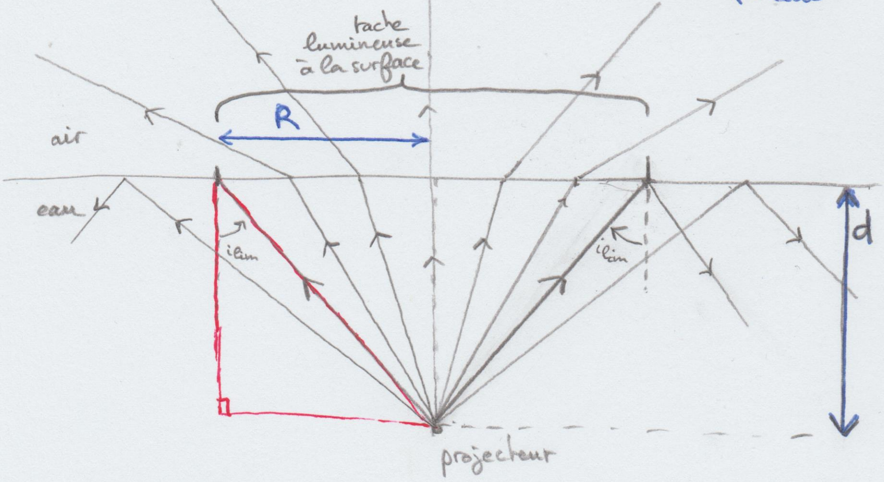
réflexion totale :



$i > i_{lim}$

$$i_{lim} = \arcsin\left(\frac{n_{air}}{n_{eau}}\right)$$

Q3 :



rayon de la tache :

$$\boxed{R = d \cdot \tan(i_{lim})}$$

(en utilisant le triangle rouge).

AN :

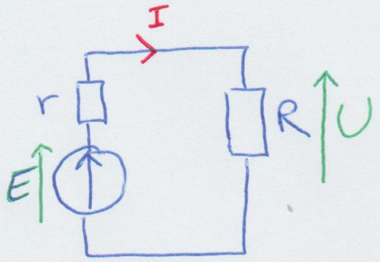
$R = 1{,}71$ m.

B. Guirlande de Noël

Q4 : Si une ampoule est détériorée, les autres continuent à s'illuminer : il ne faut pas que le même courant traverse toutes les ampoules.

↳ <u>association en parallèle</u>

Q5 :



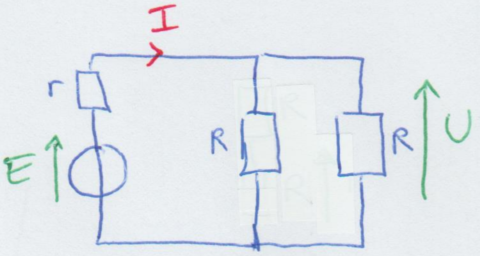
Pont diviseur de tension

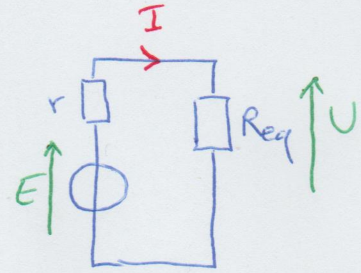
$$\boxed{U = \frac{R}{R+r} \cdot E}$$

<u>AN</u> : $U = 8{,}9\,V$

Comme $U \geq 2v$, l'ampoule s'éclaire

Q6 :





avec $R_{eq} = \frac{R.R}{R+R} = \frac{R}{2}$

Pont diviseur de tension :

$$\boxed{U = \frac{R_{eq}}{R_{eq}+r} \cdot E}$$

<u>AN</u> : $U = 8{,}8\,V$

Q7 : · La résistance équivalente de n résistances de valeur R en parallèle vaut :

$$\boxed{R_{eq} = \frac{R}{n}}$$

· En utilisant le pont diviseur de tension : $U = \frac{R_{eq}}{R_{eq}+r} \cdot E = \frac{R}{R+n.r} \cdot E$

· Pour que les ampoules s'allument :

$$U \geq 2V \Rightarrow \frac{R \,.\, E}{R+n.r} \geq 2$$

$$\Rightarrow R.E \geq 2.(R+n.r)$$

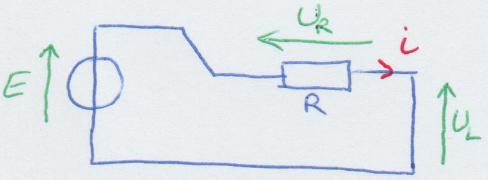
$$\Rightarrow \boxed{\frac{R.(E-2)}{2.r} \geq n}$$

<u>AN</u> : $n \leq 280$

On peut mettre au maximum 280 ampoules dans la guirlande.

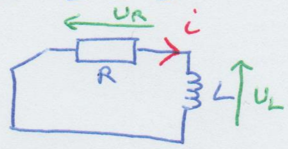
C. Décharge d'une bobine

Q8 : Pour $t<0$: régime permanent
↳ bobine équivalente à un fil



$\Rightarrow$ $u_L(0^-) = 0$
$U_R(0^-) = E$
$i(0^-) = \frac{U_R(0^-)}{R} = \frac{E}{R}$ $\longrightarrow$ continuité du courant dans la bobine

Pour $t = 0^+$

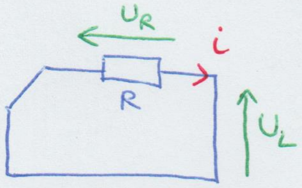


$$\boxed{i(0^+) = \frac{E}{R}}$$

donc $\boxed{U_R(0^+) = R.i(0^+) = E}$

et $\boxed{U_L(0^+) = -U_R(0^+) = -E}$

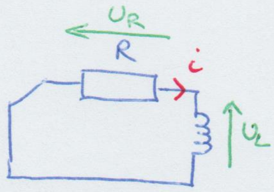
Q9 : A $t \to \infty$: régime permanent
↳ bobine équivalente à un fil



$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} U_L(\infty) = 0 \\ U_R(\infty) = 0 \\ i(\infty) = \frac{U_R(\infty)}{R} = 0 \end{array} \right.$$

tension aux bornes d'un fil

Q10 :



- Loi des mailles : $U_R = -U_L$ (1)
- Loi d'Ohm : $U_R = R.i$ (2)
- Bobine : $U_L = L.\frac{di}{dt}$ (3)

(2) et (3) dans (1) : ↳ $\boxed{R.i = -L\frac{di}{dt}}$

sous forme canonique ↳ $\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}.i = 0}$ on a donc $\boxed{\tau = \frac{L}{R}}$

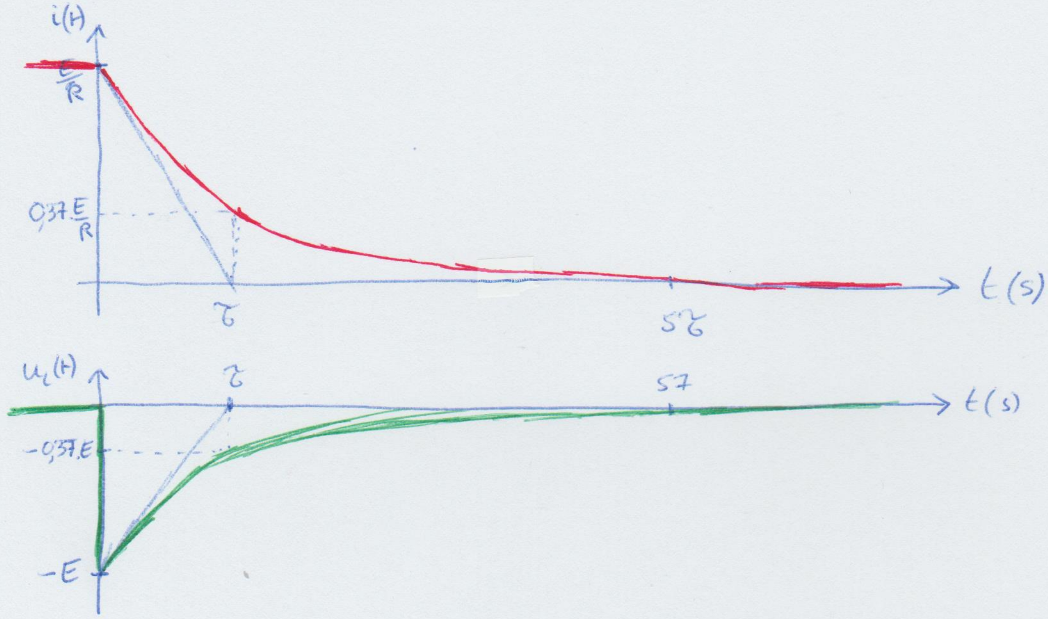
$i_{permanent} = 0$

Q11 : Solution de la forme : $i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + 0$

En utilisant les conditions initiales : $i(0) = Ae^0 = \frac{E}{R}$ $\Rightarrow$ $\boxed{A = \frac{E}{R}}$

La solution est donc $\boxed{i(t) = \frac{E}{R}.e^{-t/\tau}}$

Q12 :



Q13 : Bilan de puissance : Pour $t \geqslant 0$:

$$\mathcal{P}_{R,Joule} + \mathcal{P}_{reçue,L} = 0$$

$$\Rightarrow R.i^2 + \frac{d\mathcal{E}_L}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow R.i^2 + \frac{d(\frac{1}{2}L.i^2)}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow R.i^2 + L.i.\frac{di}{dt} = 0$$

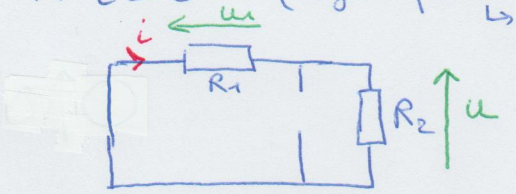
$$\Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}.i = 0}$$

Exercice : Circuit RC à 2 mailles

Q1 : A $t = 0^-$ (régime permanent)

↳ C équivalent à un circuit ouvert.

$E_0 = 0V$ ↓ générateur équivalent à un fil



loi des mailles : $u_1 + u = 0$

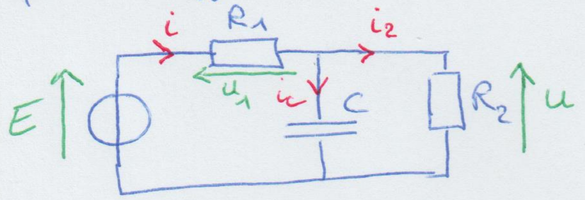
$\hookrightarrow R_1 \cdot i + R_2 \cdot i = 0 \Rightarrow \boxed{i(0^-) = 0}$

$\hookrightarrow \boxed{\begin{array}{l} u(0^-) = 0 \\ u_1(0^-) = 0 \end{array}}$

En utilisant la continuité de la tension aux bornes du condensateur :

condition initiale $\boxed{u(0^+) = u(0^-) = 0}$

Equation différentielle :



· Loi des noeuds : $i = i_C + i_2$ (1)

· Loi des mailles : $E = u_1 + u$ (2)

· Loi d'Ohm : $u = R_2 i_2$ (3)

$u_1 = R_1 \cdot i$ (4)

· Condensateur : $i_C = C \dfrac{du}{dt}$ (5)

(3),(4),(5) dans 1 $\hookrightarrow \dfrac{u_1}{R_1} = C \cdot \dfrac{du}{dt} + \dfrac{u}{R_2}$

avec (2) $\hookrightarrow \dfrac{E - u}{R_1} = C \cdot \dfrac{du}{dt} + \dfrac{u}{R_2}$

$\hookrightarrow$ forme canonique :

$$\boxed{\frac{du}{dt} + \frac{1}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot C} \cdot u = \frac{E}{R_1 C}}$$

On pose $\boxed{\tau = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot C}$

et

$\dfrac{u_{permanent}}{\tau} = \dfrac{E}{R_1 C}$

$\hookrightarrow \boxed{u_{permanent} = \dfrac{R_2 \cdot E}{R_1 + R_2}}$

on peut le retrouver avec un schéma équivalent en $t \to \infty$

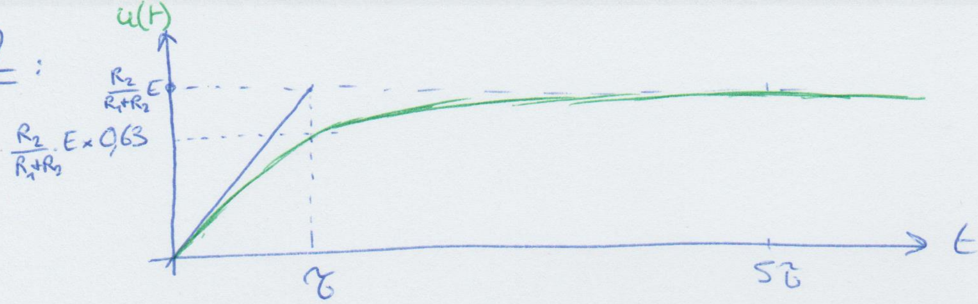
Solution : $u(t) = A \cdot e^{-t/\tau} + u_{permanent}$

$\Rightarrow u(t) = A \cdot e^{-t/\tau} + \dfrac{R_2 \cdot E}{R_1 + R_2}$

En $t = 0$: $u(t) = A + \dfrac{R_2 E}{R_1 + R_2} = 0 \Rightarrow \boxed{A = -\dfrac{R_2 E}{R_1 + R_2}}$

$$\hookrightarrow \boxed{u(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E \left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

Q2 :



Q3 :

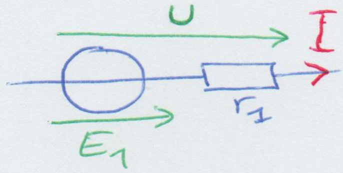
$$\mathcal{E}_{reçue} = \mathcal{E}_c(\infty) - \mathcal{E}_c(0)$$

$$= \frac{1}{2}C\left(\frac{E\times R_2}{R_1+R_2}\right)^2 - \frac{1}{2}C\cdot(0)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{reçue} = \frac{1}{2}C\cdot\left(\frac{E\times R_2}{R_1+R_2}\right)^2}$$

Exercice : Recharge d'une batterie au plomb

Q1 : La caractéristique de l'accumulateur est une droite affine : on peut utiliser le modèle de Thévenin.



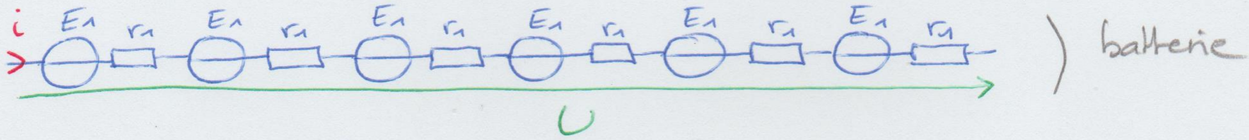
Q2 : $\boxed{U = E_1 - r_1 \cdot I}$

Q3 : Pour $I = 0$: $\boxed{U = E_1 = 2{,}0\,V}$ sur la caractéristique.

Pente de la droite : $\dfrac{-0{,}1\,V}{2\,A} = -r_1 \Rightarrow \boxed{r_1 = 0{,}05\,\Omega}$

Q4 : Pour maximiser E_{batt}, il faut que les f.é.m s'ajoutent $\Rightarrow$ $\boxed{\text{association série}}$

Q5 :



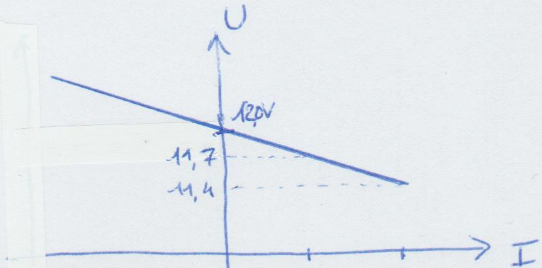
$\Downarrow$

$$U = 6 \cdot E_1 - 6 \times r_1 \cdot I \quad \text{or} \quad U = E_{batt} - r_{batt} \times I$$

$$\Rightarrow \boxed{E_{batt} = 6 \cdot E_1} \quad \text{et} \quad \boxed{r_{batt} = 6 \times r_1}$$

AN : $\underline{E_{batt} = 12{,}0\,V}$ et $\underline{r_{batt} = 0{,}3\,\Omega}$

Q6



Q7 Avec une convention générateur (utilisée pour la batterie) :

si $\mathcal{P} = U \cdot I > 0 \Rightarrow$ générateur

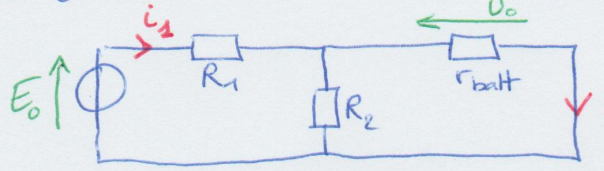
si $\mathcal{P} = U \cdot I < 0 \Rightarrow$ récepteur

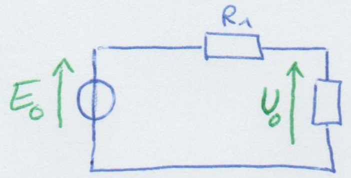
sur la caractéristique U toujours positif $\Rightarrow$ $I > 0 \Rightarrow$ générateur

$I < 0 \Rightarrow$ récepteur.

Q8 Lorsque la batterie est à 0% de charge, $e_{batt} = 0V \Rightarrow$ équivalent à un fil.
$\Rightarrow$ il ne reste que la résistance interne !

A t=0 :





$$R_{eq} = \frac{r_{batt} \cdot R_2}{r_{batt} + R_2}$$

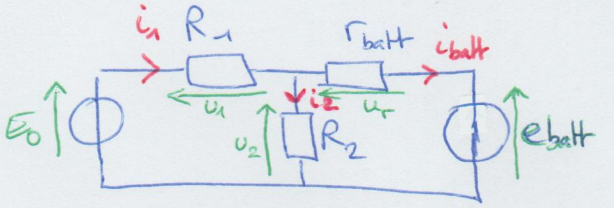
Pour diviseur de tension :

$$U_0 = \frac{R_{eq}}{R_1 + R_{eq}} \cdot E_0$$

D'après la loi d'Ohm : $\boxed{i_0 = \frac{U_0}{r_{batt}} = \frac{R_2 \cdot E_0}{R_1 \cdot (r_{batt} + R_2) + r_{batt} \cdot R_2}}$

AN : $i_0 = 4,6\,A$

Q9 :



- Loi des mailles : $E_0 = u_1 + U_2$ (1)
  $u_2 = u_r + e_{batt}$ (2)
- Loi des noeuds : $i_1 = i_2 + i_{batt}$ (3)

Q10 : (3) $\rightarrow$ $i_{batt} = i_1 - i_2 \overset{\text{loi d'Ohm}}{=} \frac{u_1}{R_1} - \frac{u_2}{R_2} \overset{(1)}{=} \frac{E_0 - u_2}{R_1} - \frac{u_2}{R_2} \overset{(2)}{=} \frac{E_0}{R_1} - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \cdot (u_r + e_{batt})$

avec $u_r = r_{batt} \cdot i_{batt}$ $\Rightarrow$ $i_{batt} = \frac{E_0}{R_1} - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \times (r_{batt} \cdot i_{batt} + e_{batt})$

$$i_{batt} \cdot \left(1 + \frac{(R_1 + R_2) \cdot r_{batt}}{R_1 R_2}\right) = \frac{E_0}{R_1} - \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right) \cdot e_{batt}$$

$$i_{batt} \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot r_{batt} + R_2 \cdot r_{batt}) = E_0 \times R_2 - (R_1 + R_2)\, e_{batt}$$

$$\boxed{i_{batt} = \frac{E_0 \times R_2 - (R_1 + R_2) \cdot e_{batt}}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot r_{batt} + R_2 \cdot r_{batt}}}$$

Q11 : La batterie reçoit des charges électriques pour se recharger.
Quand $i_{batt} = 0$, plus aucune charge n'arrive à la batterie $\rightarrow$ la partie ne charge plus

Q12 $i_{batt} = 0 \Rightarrow E_0 \times R_2 - (R_1 + R_2) \cdot e_{batt} = 0 \Rightarrow \boxed{e_{batt} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E_0}$ AN : $e_{batt} = 10V$

Q13 : Si accumulateur chargé : $E_{1max} = 2,5V$ (d'après 1er graphe) $\Rightarrow E_{batt_{max}} = 6 \cdot E_{1max} = 15V$

$10V < 15V \Rightarrow$ $\boxed{\text{la batterie n'est pas complètement chargée.}}$

Q14 : On veut $e_{batt} = 15V$ quand $i_{batt} = 0$

$\Leftrightarrow R_2 \cdot E_0 - (R_1 + R_2)\, e_{batt} = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{R_2 = \frac{R_1 \cdot e_{batt}}{E_0 - e_{batt}}}$

A.N : $R_2 = 45\,\Omega$