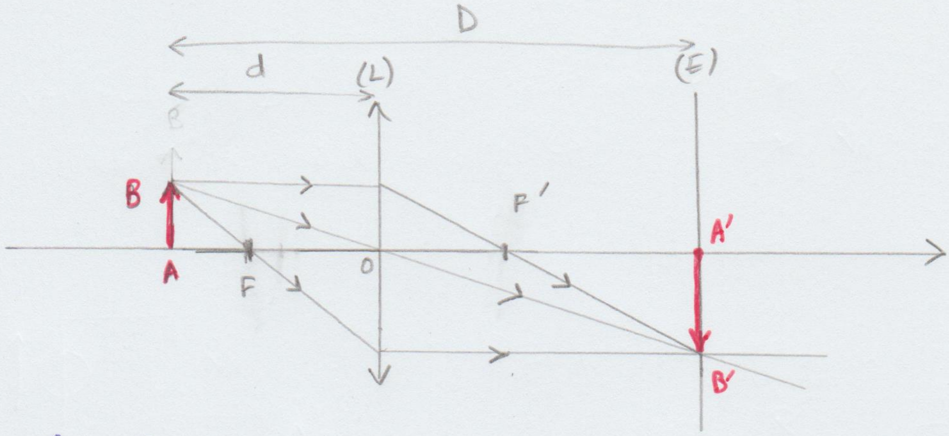
Exercice — Projecteur de cinéma.

Q1 :



Q2 : Avec la relation de conjugaison de Descartes.

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{D-d} - \frac{1}{-d} = \frac{1}{f'}$$

$$\Rightarrow \frac{D}{d(D-d)} = \frac{1}{f'}$$

$$\Rightarrow d^2 - Dd + Df' = 0$$

On résout : $\Delta = D^2 - 4Df'$

Pour avoir au moins une solution réelle : $\Delta \geqslant 0$

$$\Rightarrow \boxed{D \geqslant 4f'}$$

Q3 : Les solutions :

$$d_1 = \frac{D + \sqrt{D^2 - 4Df'}}{2} \qquad (d_1 = d_2 \text{ si } \Delta = 0)$$

$$d_2 = \frac{D - \sqrt{D^2 - 4Df'}}{2}$$

Q4 : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ (formule de Descartes)

donc $\boxed{\gamma = \frac{D-d}{-d}} < 0 \Rightarrow$ image toujours renversée

- si $d < \frac{D}{2} \Rightarrow |\gamma| > 1 \Rightarrow$ image agrandie
- si $d > \frac{D}{2} \Rightarrow |\gamma| < 1 \Rightarrow$ image rétrécie

Pour une salle de cinéma, on veut une <u>image agrandie</u> $\Rightarrow$ on choisit d_2

Q5 : <u>AN</u> : On veut $|\gamma| = \left|\frac{H}{-b}\right| = \left|\frac{D-d}{-d}\right| \Rightarrow \boxed{d = \frac{D \cdot b}{H+b}}$ <u>AN</u> : $d = 2{,}4 \times 10^{-1}\,m$

<u>Q1</u> $\Rightarrow \boxed{f' = \frac{d(D-d)}{D}}$ <u>AN</u> : $f' = 2{,}4 \times 10^{-1}\,m$

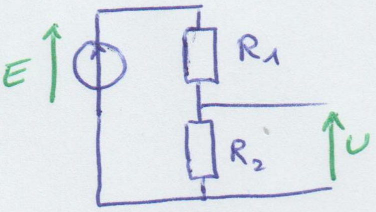
Remarque : objet quasiment dans le plan focale car on veut une image très très loin.

Exercice : Résistance d'entrée d'un multimètre

Q1 : voltmètre idéal → circuit ouvert → $R_{V,idéal} = \infty\ \Omega$.

ampèremètre idéal → fil → $R_{A,idéal} = 0\ \Omega$

Q2 :

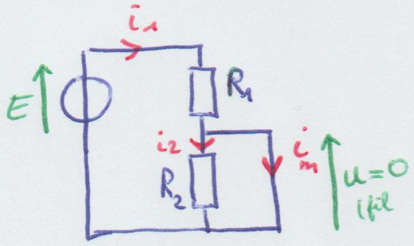


Pont diviseur de tension :

$$\boxed{U = \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot E}$$

AN : $U = 7{,}8\,V$

Q3 : En mode ampèremètre :



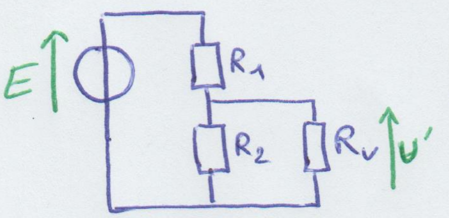
avec $i_m = 19{,}5\,mA$

$i_2 = \frac{u}{R_2} = 0 \rightarrow i_m = i_1 = \frac{E}{R_1}$

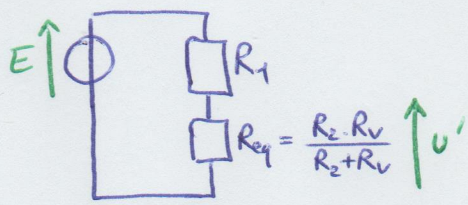
$\Rightarrow \boxed{E = R_1 \cdot i_m}$

AN : $E = 9{,}75\,V$

Q4 :



⇒



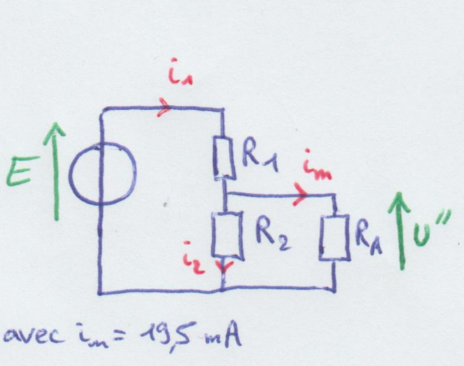
Pont diviseur de tension

$$U' = \frac{R_{eq}}{R_1+R_{eq}} \cdot E$$

$$\Rightarrow \boxed{U' = \frac{R_2 \cdot R_V}{R_1R_2 + R_VR_1 + R_2R_V} E}$$

AN : $U' = 7{,}99\,V$

Q5 :



avec $i_m = 19{,}5\,mA$

Pont diviseur de tension

$$U'' = \frac{R_2 \cdot R_A}{R_1R_2 + R_A(R_1+R_2)} E$$

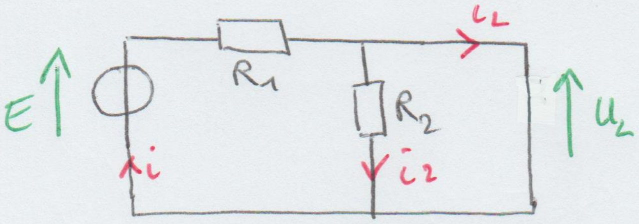
et $i_m = \frac{U''}{R_A} \Rightarrow i_m = \frac{R_2 \cdot E}{R_1 \cdot R_2 + R_A(R_1+R_2)}$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{R_1R_2 + R_A(R_1+R_2)}{R_2} \cdot i_m}$$

AN : $E = 9{,}99\,V$

Exercice 4 :

Q1 : Pour $t \to \infty$: régime permanent $\to$ la bobine est équivalente à un fil

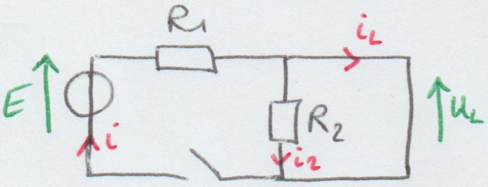


$$\boxed{u_L(\infty) = 0}$$

$$\hookrightarrow i_2(\infty) = \frac{u_L(\infty)}{R_2} = 0$$

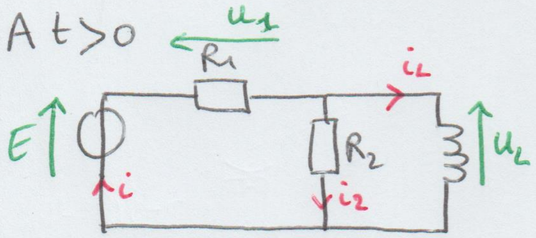
Loi des noeuds : $\boxed{i_L(\infty) = i(\infty) = \frac{E}{R_1}}$

Q2 : A $t = 0^-$: régime permanent $\to$ la bobine est équivalent à un fil



$$\begin{cases} u_L(0^-) = 0 \\ i(0^-) = 0 \text{ (circuit ouvert)} \\ i_L(0^-) = i_2(0^-) = \frac{u_L(0^-)}{R_2} = 0 \end{cases} \xRightarrow[\text{dans la bobine}]{\text{continuité du courant}} \boxed{i_L(0^+) = 0}$$

A $t > 0$



Loi des noeuds :

$$i(0^+) = i_2(0^+) + i_L(0^+) = i_2(0^+)$$

Loi des mailles :

$$E = u_1 + u_L = R_1 . i + R_2 . i_2$$

$$\hookrightarrow \text{à } t = 0^+ : \quad E = (R_1 + R_2) . i(0^+) \Rightarrow \boxed{i(0^+) = \frac{E}{R_1 + R_2}}$$

et $u_L(0^+) = R_2 . i(0^+) \Rightarrow \boxed{u_L(0^+) = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2}}$

Q3 :

$$\begin{cases} i = i_2 + i_L & (1) \\ E = u_1 + u_L & (2) \\ u_1 = R_1 . i & (3) \\ u_L = R_2 . i_2 & (4) \\ u_L = L . \frac{di_L}{dt} & (5) \end{cases} \Rightarrow u_L = L . \left(\frac{di}{dt} - \frac{di_2}{dt} \right)$$

$$\hookrightarrow u_L = \frac{L}{R_1} . \frac{du_1}{dt} - \frac{L}{R_2} . \frac{du_L}{dt}$$

$$\hookrightarrow u_L = \frac{L}{R_1} . \frac{d(E - u_L)}{dt} - \frac{L}{R_2} . \frac{du_L}{dt}$$

$$\hookrightarrow u_L = -\left(\frac{L}{R_1} + \frac{L}{R_2} \right) . \frac{du_L}{dt}$$

$$\hookrightarrow \boxed{\frac{du_L}{dt} + \frac{1}{\left(\frac{L}{R_1} + \frac{L}{R_2} \right)} u_L = 0}$$

- on retrouve $\Rightarrow u_L(\infty) = 0$
- on pose $\boxed{\tau = \left(\frac{L}{R_1} + \frac{L}{R_2} \right)}$

Q4 et Q5 : on résoud l'équation :

$$u_L(t) = A \cdot e^{-t/\tau} + \underline{0}$$

solution particulière $u_L(\infty)$.

avec les conditions initiales :

(d'après Q2) $u_L(0) = A = \dfrac{R_2 E}{R_1 + R_2}$

donc $\boxed{u_L(t) = \dfrac{R_2 . E}{R_1 + R_2} \, e^{-t/\tau}}$ avec $\boxed{\tau = \dfrac{L}{R_1} + \dfrac{L}{R_2}}$

temps caractéristique de la décharge.

Q6 : On retrouve $u_L(\infty) = 0 \Rightarrow$ cohérent avec la question 1.

Q7 :

Q8 : Energie reçue = énergie finale − énergie initiale

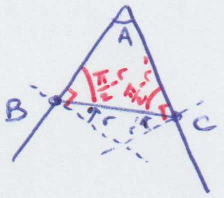
$$= \frac{1}{2} L . i_L(\infty)^2 - \frac{1}{2} L . i_L(0)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{Energie reçue} = \frac{1}{2} L . \left(\frac{E}{R_1}\right)^2 - 0}$$

Exercice 5 : Prisme

Q1 :
$$\begin{cases} \text{interface d'entrée : } 1 \cdot \sin(i) = n \cdot \sin(r) \xrightarrow{\text{petits angles}} i = n \cdot r \\ \text{interface de sortie : } n \cdot \sin(r') = 1 \cdot \sin(i') \rightarrow n \cdot r' = i' \end{cases}$$

Q2 :

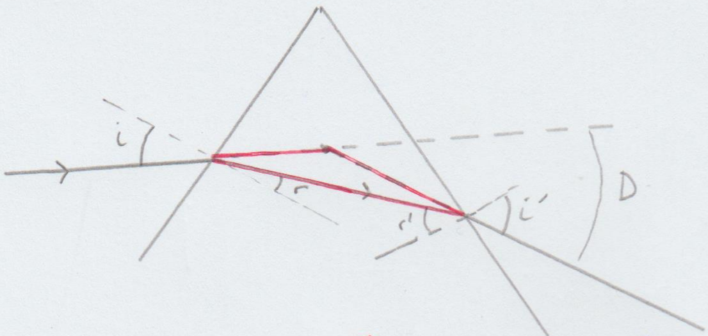


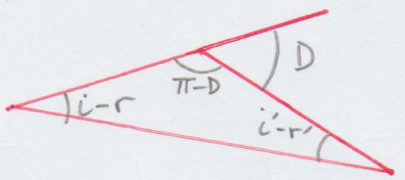
Dans le triangle ABC :

$$A + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) = \pi$$

$$\Rightarrow \boxed{A = r + r'}$$

Q3 :





Dans le triangle rouge :

$$\Rightarrow (i - r) + (\pi - D) + (i' - r') = \pi$$

$$\Rightarrow \boxed{D = i + i' - r - r'}$$

Q4 :
$$D = n \cdot r + n \cdot r' - (r + r')$$
$$D = (n - 1) \cdot (r + r')$$
$$\Rightarrow \boxed{D = (n - 1) \cdot A}$$

Q5 : $n \rightarrow$ pas d'unité $\Rightarrow \begin{cases} a & \text{pas d'unité} \\ b & \text{en } m^2 \end{cases}$

Q6 : D'après Q4 plus n est grand, plus le rayon est dévié.
D'après la loi de Cauchy, plus la longueur d'onde λ est petite, plus l'indice n est grand.

$\Rightarrow$ La couleur la plus déviée est celle ayant la plus petite longueur d'onde (dans le visible)

$\Rightarrow$ C'est <u>le bleu</u>.