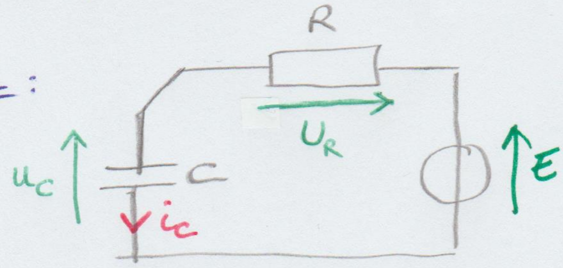
Stratégie de charge d'un condensateur

I. Premier procédé de charge

Q1 :



Q2 : • loi des mailles : $E = u_C + u_R$
• loi d'Ohm : $u_R = R \cdot i_C$
• condensateur : $i_C = C \cdot \frac{du_C}{dt}$

$$E = u_C + R.C.\frac{du_C}{dt}$$

$$\boxed{\frac{E}{R.C} = \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R.C}} \Rightarrow \boxed{\tau = R.C}$$

Q3 : Le condensateur est initialement déchargé : $u_C(0^-) = 0$
De plus, la tension aux bornes du condensateur est continue :

$$\boxed{u_C(0^+) = u_C(0^-) = 0.}$$

Q4 : Solution générale = solution de l'équation homogène + solution particulière

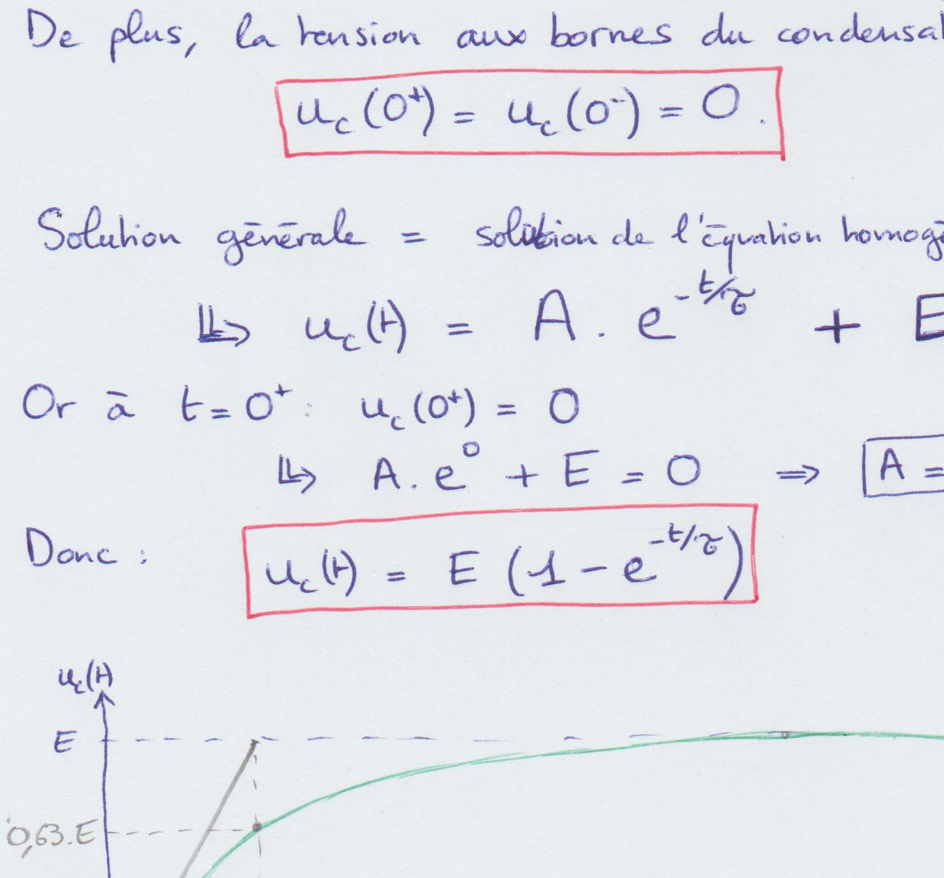
$$u_C(t) = A \cdot e^{-t/\tau} + E$$

Or à $t = 0^+$: $u_C(0^+) = 0$

$$A \cdot e^0 + E = 0 \Rightarrow \boxed{A = -E}$$

Donc : $\boxed{u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$

Q5 :



Q6 : Energie stockée :

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (u_c)^2$$

A la fin de la charge $u_c = E$ donc

$$\boxed{\mathcal{E}_c(\text{fin}) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E^2}$$

Q7 : $i_c(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt}$ donc $i_c(t) = C \cdot \frac{E}{\tau} e^{-t/\tau}$

or $\tau = R.C$ donc $\boxed{i_c(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-t/\tau}}$

Q8 : Energie fournie par le générateur :

$$E_{\text{fournie}} = \int_0^{\infty} \underbrace{E \cdot i_c(t)}_{P_{\text{fournie}}} dt = \frac{E^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-t/\tau} \cdot dt$$

$$E_{\text{fournie}} = \frac{E^2}{R} \cdot \left[-\tau \cdot e^{-t/\tau}\right]_0^{\infty} = \frac{E^2}{R} \times \tau$$

$$\boxed{E_{\text{fournie}} = C \cdot E^2}$$

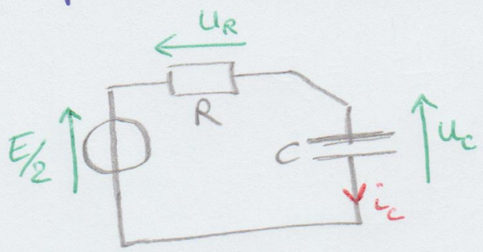
Q9 :

$$\eta = \frac{\frac{1}{2} \cdot C E^2}{C E^2} = 0,5 = \underline{50\%}$$

La moitié de l'énergie est perdue dans la résistance.

II. Second procédé de charge

Q10 :



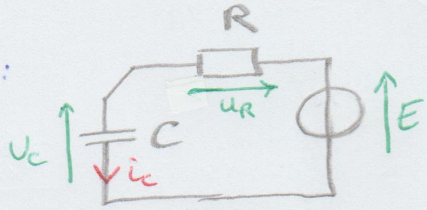
Seule différence : tension aux bornes du générateur ($\frac{E}{2}$ au lieu de E).

Q11 : $u_c(t) = \frac{E}{2} \times \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ avec $\tau = R.C.$

Q12 : On veut $u(t_1) = 0{,}99 \times \frac{E}{2}$ $\Rightarrow$ $e^{-\frac{t_1}{\tau}} = 0{,}01$ $\Rightarrow$ $t_1 = \tau . \ln(100)$

$\Rightarrow \boxed{t_1 = R.C. \ln(100)}$

Q13 :



$\Rightarrow$ La situation est identique à la partie I à part la "condition initiale"

$\Rightarrow$ ici $u_c(t_1) = \frac{E}{2}$

⚠ il faut "décaler" les dates de t_1.

Q14 : Equation différentielle identique :

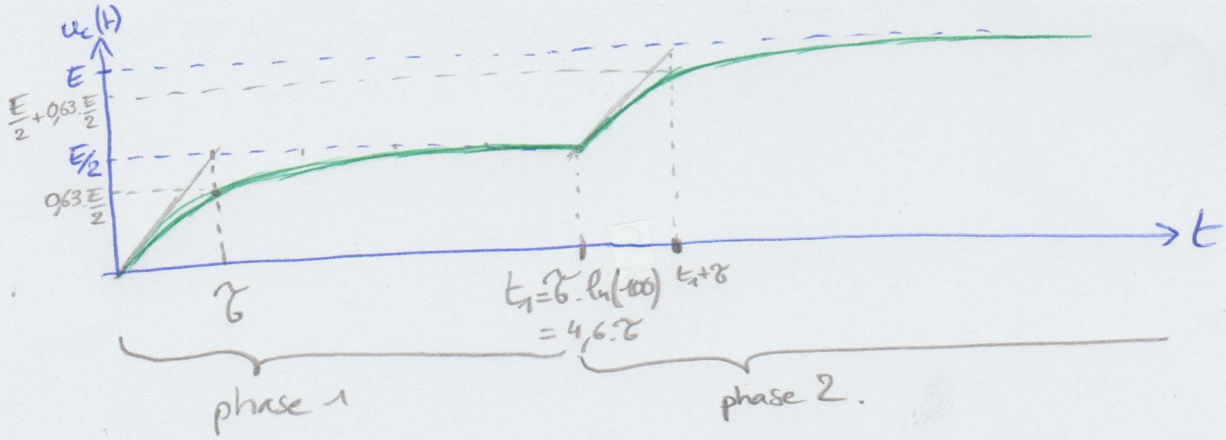
$$\boxed{\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau} . u_c = \frac{E}{\tau}}$$ avec $\boxed{\tau = R.C}$

Q15 : $$\boxed{u_c(t) = A' . e^{-\frac{(t-t_1)}{\tau}} + E}$$

Q16 : A $t = t_1$, $u_c(t_1) = \frac{E}{2} = A' + E$ $\Rightarrow$ $\boxed{A' = -\frac{E}{2}}$

Q17 : On a donc $$\boxed{u_c(t) = E - \frac{E}{2} . e^{-\frac{(t-t_1)}{\tau}}}$$

Q18 :



Q19 : Energie stockée :

$$\boxed{\mathcal{E}_c(\text{fin}) = \frac{1}{2} . C . E^2}$$

L'énergie stockée est identique à celle stockée durant le 1er procédé.

Q20 : • Durant la première phase : $(t<t_1)$ $\boxed{i_c(t) = \frac{E}{2R} \cdot e^{-t/\tau}}$ en adaptant la question 7.

• Durant la deuxième phase : $(t>t_1)$ $i_c(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} = C \cdot \frac{E}{2} \times \frac{1}{\tau} \times e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$ avec $\tau = R.C$

$\Rightarrow \boxed{i_c(t) = \frac{E}{2R} \times e^{-\left(\frac{t-t_1}{\tau}\right)}}$

Q21 : • $\mathcal{E}_{f_1} = \int_0^{t_1} \frac{E}{2} \times \left(\frac{E}{2R} \cdot e^{-t/\tau}\right) dt$ $\qquad \mathcal{E}_{f_1} = \int_0^{t_1} \mathcal{P}_f . dt$ avec $\mathcal{P}_f = \frac{E}{2} \times i_c(t)$

$= \frac{E^2}{4R} \times \left[-\tau \cdot e^{-t/\tau}\right]_0^{t_1}$

$= \frac{E^2 \tau}{4R} \times \left(-e^{-\frac{t_1}{\tau}} + 1\right)$ or $t_1 = \tau . \ln(100) \Rightarrow e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \frac{1}{100} \Rightarrow$ négligeable devant 1

$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{f_1} \approx \frac{1}{4} . C . E^2}$

• $\mathcal{E}_{f_2} = \int_{t_1}^{\infty} E \times \frac{E}{2R} e^{-\left(\frac{t-t_1}{\tau}\right)} dt$

$= \frac{E^2}{2R} \times \left[-\tau \cdot e^{-\frac{(t-t_1)}{\tau}}\right]_t^{\infty}$

$= \frac{E^2 . \tau}{2R} \cdot \left(0 + 1\right)$

$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{f_2} = \frac{1}{2} . C . E^2}$

$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_f = \mathcal{E}_{f_1} + \mathcal{E}_{f_2} = \frac{3}{4} . C . E^2}$

Q22 : $\eta = \frac{\mathcal{E}_{stockée}}{\mathcal{E}_f} = \underline{\frac{3}{4}} > 0,5$ $\Rightarrow$ le rendement est meilleur

<u>mais</u>

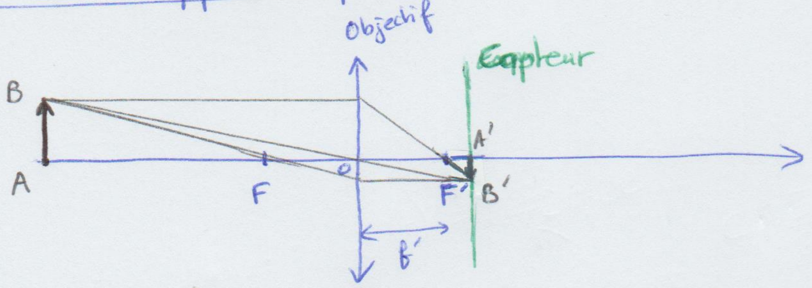
• il faut 2 générateurs
• la charge dure 2 fois plus longtemps.

Q23 : Pour tendre vers un rendement de 1 (100%), il faut une infininité de générateurs intermédiaires avec une augmentation de tension infinitésimale entre chaque phase.
Inconvénient : il faut un temps infini pour charger le condensateur !

Optique de l'appareil photo

I. Exploitation d'une photo.

Modélisation de l'appareil photo :



avec $f' = 18$ mm (doc. 2).

On peut obtenir la taille de l'objet AB (le mont St-Michel) si on connait la taille de l'image sur le capteur et le grandissement transversal car

$$\overline{AB} = \frac{\overline{A'B'}}{\gamma} \Rightarrow \boxed{AB = \frac{A'B'}{|\gamma|}}$$

- Détermination du grandissement transversal :

  Avec la formule de Descartes : $|\gamma| = \frac{OA'}{OA}$

  - On sait que $OA = 1{,}46$ km
  - Pour OA' $\xrightarrow{\text{option 1}}$ $OA \gg f'$ → A peut être supposé à l'infini → A' sur le foyer image.

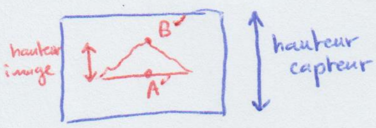
    ↳ $\boxed{OA' = f'}$

    $\xrightarrow{\text{option 2}}$ Relation de conjugaison de Desartes : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \boxed{\overline{OA'} = \frac{f' \cdot \overline{OA}}{f' + \overline{OA}}}$

    avec $\overline{OA} \gg f'$ on retrouve le même résultat.

    ↳ $\boxed{|\gamma| = \frac{f'}{OA}}$ AN : $|\gamma| \approx 1{,}2 \times 10^{-5}$

- Détermination de A'B' :



⇒ on utilise la relation de proportionnalité entre dimensions sur le capteur et dimensions sur la photo.

- dimension du capteur : APN type "Canon G10"

  ↳ (doc. 1) 5,7 × 7,6 mm

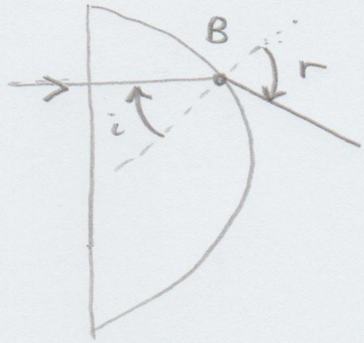
- dimension de la photo : 6,5 cm × 8,8 cm.
- hauteur du mont sur la photo : 2,2 cm.

↳ Hauteur de l'image : $A'B' = \frac{2{,}2 \times 10^{-2} \times 5{,}7 \times 10^{-3}}{6{,}5 \times 10^{-2}} \simeq \underline{2.10^{-3} \text{ m}}$

On a donc $AB \simeq \frac{2 \times 10^{-3}}{1{,}2 \times 10^{-5}} \simeq \underline{1{,}7 \times 10^{2} \text{ m}}$

(hauteur réelle 157 m).

II. Comment expliquer les propriétés des lentilles ?



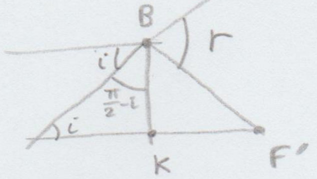
Q2 : En B : $\boxed{n.\sin(i) = 1.\sin(r)}$

Q3 :

$$\overline{OF'} = \overline{OS} + \overline{SC} + \overline{CK} + \overline{KF'}$$

$$\Rightarrow OF' = e - R + R.\cos(\underset{\substack{\uparrow\\ \text{alterne interne}}}{i}) + BK.\tan(\widehat{KBF'})$$

or $BK = R.\sin(i)$ et $\widehat{KBF'} = \frac{\pi}{2} - r + i$



$\pi = \frac{\pi}{2} - i + r + \widehat{KBF}$

$$\Rightarrow \boxed{OF' = e - R(1-\cos(i)) + \frac{R.\sin(i)}{\tan(r-i)}}$$

trigo $\begin{cases} \tan(\frac{\pi}{2}+\alpha) = \frac{-1}{\tan(\alpha)} \\ \text{et } \tan(-\alpha) = -\tan(\alpha). \end{cases}$

Q4 : La distance h est un paramètre qui fait varier l'angle i. Comme OF' dépend de i, des rayons parrallèles à l'axe optique par différentes valeurs de h ne vont pas tous se croiser au même endroit sur l'axe optique en émergeant de la lentille.

$\Rightarrow$ le système n'est pas rigoureusement stigmatique.

Q5 et Q6 : avec $e \ll R$ et des rayons paraxiaux $\rightarrow$ i reste faible

$\Rightarrow$ approximation des petits angles.

$$\Rightarrow OF' = e - \cancel{R(1-1)} + \frac{R.i}{(r-i)}$$

or $n.i = r$ (Q2)

donc $$OF' = e + \frac{R.i}{(n-1)i} = e + \frac{R}{n-1}$$

comme $e \ll R$ et n ne dépassant pas 3 $\rightarrow$ $e \ll \frac{R}{n-1}$

donc $$\boxed{OF' = \frac{R}{n-1}}$$

Remarque : pour $n = 1$ (pas de lentille dans les faits) les rayons restent parallèles et se croisent à l'infini

(au passage on est content d'avoir divisé par 0 !)

La distance OF' ne dépend plus de i, et donc de h.

$\Rightarrow$ Tous les rayons incidents parallèles à l'axe optique émergent tous par le même point : $\boxed{\text{stigmatisme approché}}$

III. Réglage de différents paramètres lors de la prise de vue.

Q7 :

a. • ouverture $f/4$
• même iso : 100

$\Rightarrow$ choix de la vitesse pour avoir la même aire du triangle (doc. 5)

$\Rightarrow \boxed{\text{vitesse} = \frac{1}{1000}\,\text{s}}$

b. Si l'ouverture augmente (de $\frac{f}{8}$ à $\frac{f}{4}$) alors la profondeur de champ diminue

c. La vitesse est plus grande $\rightarrow$ il y a moins de risque que l'image soit floue à cause du déplacement.