

Cinématique du point
Activité : Accélération en centrifugeuse

Lors de missions spatiales, les astronautes subissent de fortes accélérations, en particulier au décollage. Pour être en mesure de les supporter, ils ont été préalablement entraînés à l'aide de centrifugeuses.

Un aperçu de l'entraînement :
<https://www.dailymotion.com/video/x2q7exb>



La centrifugeuse de la cité des étoiles en Russie a un bras rotatif de rayon $R = 7,00$ m

Problématique

Pourquoi s'entraîner en tournant alors que les phases de décollage et d'atterrissage sont verticales ?

I. Déterminer l'accélération lors d'un mouvement

On se propose tout d'abord de déterminer l'accélération de différents mouvements à partir de chronophotographies proposées en annexe (enregistrement 1 à 4, durée entre 2 positions successives : $\Delta t = 100$ ms).

- Q1.** Pour chaque enregistrement, tracer la trajectoire puis caractériser la nature du mouvement.
- Q2.** Quels enregistrements correspondent au mouvement de la fusée ? Quels enregistrements correspondent au mouvement de la centrifugeuse ?
- Après avoir numéroté les points (le premier point est numéroté 0), tracer le vecteur vitesse instantanée aux points 2, au point 4, au point 6 puis au point 8 de l'enregistrement 1.

Echelles à utiliser :

	Vecteur vitesse	Vecteur accélération
1 cm sur le dessin représente :	$5 \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$	$1 \times 10^{-1} \text{ m.s}^{-2}$

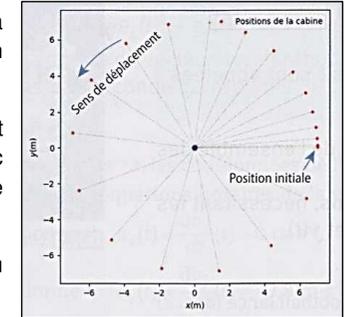
- Tracer le vecteur accélération au point 3 puis au point 7 de l'enregistrement 1.
- Q3.** Comparer les normes et les directions des deux accélérations obtenues.
- Tracer les vecteurs accélérations :
- Au point 2 et au point 6 pour l'enregistrement 2
 - Au point 2 et au point 7 pour l'enregistrement 3
 - Au point 3 et au point 7 pour l'enregistrement 4
- Q4.** Préciser la nature du mouvement pour l'enregistrement 4. A quelle utilisation de la fusée correspond cet enregistrement ?
- Q5.** Quelle est le point commun entre l'accélération du mouvement 1 et l'accélération du mouvement 4 ?

II. Etude du mouvement de la centrifugeuse

Pour obtenir une accélération de $4g$ ($g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$), la cabine d'une centrifugeuse est mise en rotation. On enregistre ses coordonnées toutes les $\Delta t = 200$ ms.

La norme de la vitesse de la cabine augmente pendant un demi-tour : lorsque $t \in [0 \text{ s} ; 2,65 \text{ s}]$, $\mathbf{v}(t) = k.t$, avec $k = 6,26 \text{ m.s}^{-2}$. Puis elle est constante lorsque $t \in]2,65 \text{ s} ; +\infty[$, $\mathbf{v}(t) = v_0$ avec $v_0 = 16,6 \text{ m.s}^{-1}$.

On donne ci-contre les positions de la cabine au cours du temps lors du premier tour, vues de dessus.



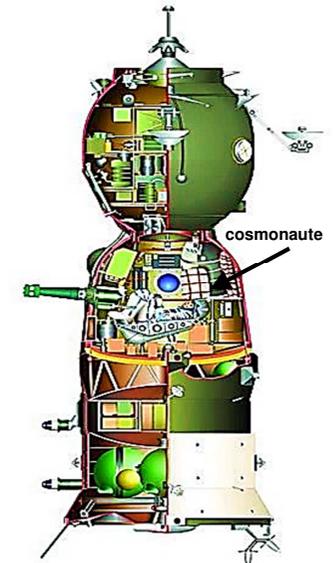
- Exécuter le notebook *centrifugeuse.py* qui trace les positions de la cabine lors du premier tour. Identifier et caractériser alors les deux phases du mouvement.
- En utilisant leurs définitions, modifier le programme afin de calculer les coordonnées v_x et v_y du vecteur vitesse et les coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération.

On donne ci-contre le schéma du module Soyuz placé verticalement comme lors du décollage.

- Placer sur le schéma, sans souci d'échelle, le vecteur accélération du module lors du décollage.

Afin que la séance d'entraînement dans la centrifugeuse soit réaliste il faut que l'accélération de la cabine soit placée par rapport au pilote de la même façon que lors du décollage.

- Indiquer à l'aide d'un schéma comment doit être positionné le pilote dans la cabine de la centrifugeuse afin de subir la même accélération que lors du décollage.



III. Repère de Frenet

Le repère de Frenet est un repère tournant qui se déplace avec le système le long de la trajectoire. Il utilise deux vecteurs unitaires partant du point M :

- le **vecteur tangentiel** \vec{u}_t , tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement.
- le **vecteur normal** \vec{u}_n , perpendiculaire à \vec{u}_t et orienté vers l'intérieur de la courbure.

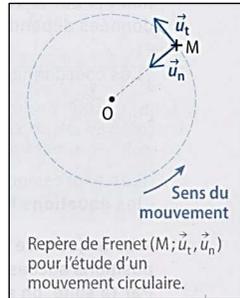
Dans ce repère :

- le vecteur vitesse \vec{v} est colinéaire à \vec{u}_t et de même sens : $\vec{v} = v \cdot \vec{u}_t$;
- le vecteur accélération \vec{a} a une coordonnée tangentielle a_t et une coordonnée normale a_n :

$$\vec{a} = a_t \cdot \vec{u}_t + a_n \cdot \vec{u}_n$$

- Pour un mouvement circulaire de rayon R :

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{u}_t + \frac{v^2}{R} \cdot \vec{u}_n$$



- Exécuter le programme *centrifugeuse_frenet.py*. Ce programme trace les coordonnées a_t et a_n du vecteur accélération de la cabine dans le repère de Frenet, obtenues à partir des coordonnées calculées de a_x et a_y .
- Q6.** La coordonnée a_t est au départ positive. Justifier cette observation à partir de l'expression de l'accélération et de la connaissance de la nature du mouvement de la cabine.
- Q7.** Comment expliquer le fait que a_t devienne nulle ensuite ?
- Q8.** Sur votre feuille, dessiner l'allure qu'aurait l'évolution de a_t lors du ralentissement de la cabine.
- Q9.** L'accélération obtenue une fois la cabine lancée est-elle la valeur attendue, c'est-à-dire $4g$?
- Q10.** Déterminer les expressions théoriques de a_t et a_n en fonction des paramètres donnés dans la partie II puis compléter le programme afin de calculer les valeurs théoriques de a_t et a_n (notées a_{tth} et a_{nth}).

Pour en savoir plus sur le métier d'astronaute/spationaute/cosmonaute :

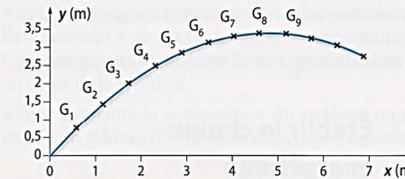
- <http://etudiant.aujourd'hui.fr/etudiant/metiers/fiche-metier/astronaute.html>
- <https://www.esa.int/esapub/br/br271/br271f.pdf>

Tracer des vecteurs vitesse et accélération

Les vecteurs vitesse et accélération sont tracés directement sur la trajectoire. Dans l'exemple étudié ici, cette trajectoire est plane et curviligne.

1. Préparation de la trajectoire

La trajectoire du centre d'inertie G du système en mouvement est tracée dans un repère orthonormé $(O ; x, y)$. L'origine O de ce repère coïncide généralement avec la position initiale de G . Les positions successives de G sont séparées par une durée constante, notée τ , et sont écrites sur la trajectoire, sous la forme G_i ou $G(t_i)$.



Les distances sont mesurées sur la trajectoire en tenant compte de l'échelle fournie par le repère orthonormé utilisé ou par une indication donnée sur la trajectoire.

Exemple

Si l'échelle donnée est de $1/2$, les distances réelles sont égales au double des distances mesurées sur la trajectoire.

2. Tracé du vecteur vitesse

Le vecteur vitesse \vec{v}_i au point G_i et sa norme sont données par les relations :

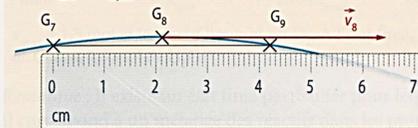
$$\vec{v}_i = \frac{\vec{G}_{i-1}G_{i+1}}{t_{i+1}-t_{i-1}} = \frac{G_{i-1}G_{i+1}}{2\tau} ; v_i = \frac{G_{i-1}G_{i+1}}{2\tau}$$

Le sens de \vec{v}_i est celui de $\vec{G}_{i-1}G_{i+1}$. \vec{v}_i est tracé au point G_i .

Exemple

Pour tracer le vecteur vitesse en G_8 , \vec{v}_8 , on mesure la distance $G_7G_9 = 4,3$ cm. L'échelle étant de $1/10$, la distance réelle est : $G_7G_9 = 4,3 \times 10 = 43$ cm = $0,43$ m. Avec $\tau = 0,050$ s, la valeur de la vitesse est :

$$v_8 = \frac{G_7G_9}{2\tau} = \frac{0,43}{0,10} = 4,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



En prenant par exemple une échelle de 1 cm pour $1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ pour la vitesse, le vecteur \vec{v}_8 est tracé au point G_8 . Il a même sens (celui du mouvement) et direction (la tangente à la courbe en G_8) que \vec{G}_7G_9 et sa longueur est de $4,3$ cm.

3. Tracé du vecteur accélération

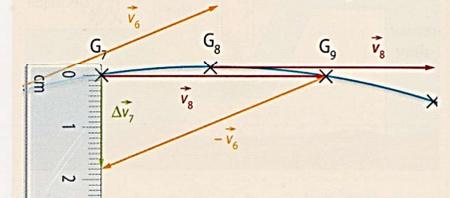
Le vecteur accélération \vec{a}_i au point G_i et sa norme sont donnés par les relations :

$$\vec{a}_i = \frac{\vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\Delta \vec{v}_i}{2\tau} ; a_i = \frac{\Delta v_i}{2\tau}$$

Le sens de \vec{a}_i est celui de $\Delta \vec{v}_i$. Il est tracé au point G_i .

Exemple

Pour tracer \vec{a}_7 , il faut dans un premier temps avoir représenté comme précédemment les vecteurs \vec{v}_6 et \vec{v}_8 , puis, au point G_7 , il faut construire le vecteur $\Delta \vec{v}_7 = \vec{v}_8 - \vec{v}_6$.



La mesure du vecteur $\Delta \vec{v}_7$ permet, avec l'échelle des vitesses, de trouver sa valeur : $\Delta v_7 = 1,8 \times 10 = 1,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. L'accélération est donc : $a_7 = \frac{\Delta v_7}{2\tau} = \frac{1,8}{0,10} = 18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Pour tracer \vec{a}_7 en G_7 , on choisit par exemple une échelle de 1 cm pour $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ pour l'accélération. Sa longueur est de $3,6$ cm, son sens et sa direction sont ceux de $\Delta \vec{v}_7$.

